UNIVERSITE DU QUEBEC

MEMOIRE PRESENTE A

L'UNIVERSITE DU QUEBEC A TROIS-RIVIERES

COMME EXIGENCE PARTIELLE

DE LA MAITRISE ES SCIENCES(PHYSIQUE)

PAR

REJEAN GIRARD

PROBLEMES DE CAUSALITE DANS LES THEORIES DES TACHYONS

AOUT 1983

RESUME

Nous montrons, en premier lieu, comment la théorie de la relativité permet l'introduction des tachyons — particules hypothétiques plus rapides que la lumière — en tant que constituants d'une troisième classe de particules. Suite à la mise en évidence de quelques conséquences, notamment sur l'invariance de l'ordre temporel, nous entreprenons de clarifier la nature du paradoxe de causalité (le paradoxe de Tolman) semblant résulter de la théorie. Cela nous permet d'entrevoir deux directions générales en vue de résoudre le problème de causalité. L'une consiste à tenter de démontrer que le paradoxe n'est qu'apparent ou qu'il ne se manifeste que dans certaines conditions qu'il est possible d'exclure. L'autre consiste, elle, à tenter de modifier la théorie de la relativité, ou d'en formuler une autre, de façon à rendre impossible la manifestation du paradoxe.

Par la suite, nous exposons et discutons les résultats des principales études entreprises dans ces deux directions. Nous démontrons que les approches visant à contester le paradoxe sont inaptes à le faire ou, tout au plus, ne résolvent pas le problème d'une façon satisfaisante. Nous

sommes alors dans l'obligation de conclure que la théorie de la relativité entraîne inévitablement le paradoxe de Tolman, dans la mesure où l'on suppose la possibilité d'exercer un certain contrôle sur les processus d'émission et d'absorption des tachyons.

Enfin, nous examinons les diverses approches proposées qui ont pour objectif le développement d'une théorie causalement cohérente. Nous trouvons alors que deux de ces approches, tout en permettant l'existence des tachyons, interdisent véritablement la manifestation du paradoxe. Toutefois, bien que ces approches donnent lieu à des modèles compatibles avec les données expérimentales actuelles, ceux-ci impliquent une violation du principe de relativité ainsi qu'une déviation, pour les tachyons, des géodésiques du champ de gravitation.

REMERCIEMENTS

Je désire exprimer ma profonde gratitude au Docteur Louis Marchildon pour le dévouement et la patience qu'il a toujours manifestés en dirigeant cette recherche. Ses conseils, ses suggestions et son soutien ont été plus que déterminants dans la réalisation de ce travail.

Je tiens à remercier sincèrement Mlle. Lucie Guillemette ainsi que MM. Christian Demers et Mustapha Merabet pour leur aide lors de la rédaction de la dernière version.

Ma reconnaissance s'adresse également aux professeurs du département de physique, qui, par leurs enseignements, ont fait grandir ma motivation envers l'étude de la physique.

Je remercie le Conseil de recherches en sciences naturelles et en génie du Canada pour l'aide financière dont j'ai bénéficié.

TABLE DES MATIERES

Page

LISTE DES FIGURES

AVERTISSEMENTS

Dans le but de faciliter la lecture de ce travail, je voudrais signaler ici quelques-unes des notations et conventions que j'ai adoptées.

Les notations correspondent, pour la plupart, à celles qui sont généralement utilisées dans les traités de relativité. Les référentiels sont désignés par la lettre K et les coordonnées d'un événement ou d'un point de l'espace-temps sont représentées par le quadruplet (x,y,z,t). La lettre U représente généralement la vitesse d'une particule et V, la vitesse relative entre deux référentiels. Lorsqu'un symbole est primé, il se rapporte au référentiel primé et l'indice inférieur indique ce à quoi le symbole correspond. Ainsi, par exemple, U'_T représente la vitesse de la particule T par rapport à K'. De même, x''_A représente la coordonnée x du point A dans le référentiel K''. Enfin, les observateurs sont désignés par la lettre O qui lorsqu'elle est primée, indique que l'observateur est au repos par rapport au référentiel primé.

Comme cela est d'usage dans plusieurs travaux ayant un rapport avec la théorie de la relativité, j'ai adopté un système d'unités rationalisées où la vitesse de la lumière dans le vide est sans dimension et est égale à l'unité. Cette convention possède l'avantage d'alléger considérablement les expressions mathématiques.

Afin d'éviter que certaines répétitions deviennent ennuyeuses et encombrantes, quelques expressions ont été généralement tronquées. Par exemple, l'expression *vitesse de la lumière dans le vide* a été souvent remplaçée simplement par *vitesse de la lumière*. De même, le mot *point* sous-entend généralement l'expression *point de l'espace-temps*. Enfin, le terme *référentiel* signifie toujours, sauf dans les deux dernières sections du chapitre IV, *référentiel d'inertie de Lorentz*.

Nous nous sommes limités, dans cette étude, à ne traiter les problèmes que dans le cadre de théories classiques, c'est-à-dire non quantiques. De plus, sauf dans les deux dernières sections du chapitre IV, nous ne considérons pas les effets du champ de gravitation.

INTRODUCTION

Il est bien connu aujourd'hui que la vitesse de la lumière dans le vide est constante et qu'elle constitue une limite à la vitesse que peut acquérir un corps[1]. D'autre part, il est bien connu aussi que l'on peut considérer la lumière comme étant constituée de particules, les photons, et que ces particules voyagent à cette vitesse limite imposée par la théorie de la relativité. Bien sûr, le photon possède des caractéristiques spéciales: sa masse propre nulle, entre autres, expliquant que son existence n'est pas interdite par la théorie. Une question surgit alors: n'existerait-il pas des particules qui, dotées d'autres caractéristiques spéciales, pourraient se déplacer plus vite que la lumière?

Pendant longtemps, il était généralement admis qu'on devait répondre à cette question par la négative. L'argument provenait en partie de la théorie de la relativité, mais surtout d'un principe considéré comme fondamental à toute science: le principe de causalité. Tolman[2] avait en effet pressenti en 1917 que dans l'éventualité où des signaux pouvaient se propager plus vite que la lumière, il serait possible de s'en servir pour élaborer des expériences causalement paradoxales. Ce type de paradoxe que Tolman a mis à jour, et qui porte son nom depuis, apparaît lorsqu'on envisage d'envoyer un signal dans son propre passé en utilisant des particules voyageant plus vite que la lumière. Ce phénomène est théoriquement possible puisque l'ordre temporel entre deux événements séparés par un intervalle du genre espace est relatif. Le paradoxe peut se manifester comme suit: l'occurrence d'un événement cause sa non occurrence.

Les résultats de Tolman[2] conjugués avec le fait qu'aucune entité voyageant plus vite que la lumière n'avait été observée, ainsi que nombre de confirmations expérimentales de la relativité engendrèrent l'abandon de toute tentative de confirmer l'existence possible de particules plus rapides que la lumière. Il y eut cependant du nouveau en 1962, alors que Bilaniuk, Deshpande et Sudarshan[3] eurent l'idée d'introduire un principe pour réfuter l'argument de Tolman. Leur principe de réinterprétation, probablement inspiré de celui de Stuckelberg-Feynman à propos du positron, stipulait qu'un transfert d'énergie négative vers le passé était équivalent à un transfert d'énergie positive vers le futur dans la direction opposée. Il leur était alors possible d'introduire les particules plus rapides que la lumière: les tachyons, en analogie avec l'introduction des photons dans la théorie de la relativité.

Assez rapidement, cette théorie suscita un vif intérêt. L'introduction des tachyons comme éléments d'une troisième classe de particules, en analogie avec le cas des photons, était fort élégante. De plus, le principe de réinterprétation éliminait les problèmes d'interprétation associés aux quantités d'énergie négative et à la propagation dans le sens inverse du temps. Aussi, selon Bilaniuk, Deshpande et Sudarshan[3,4], le paradoxe de Tolman était résolu. Cependant, l'unanimité n'était pas totale. Les opinions divergaient dans deux directions. La première regroupait les théoriciens qui accordaient foi au principe de réinterprétation[3-9], alors que ceux qui contestaient le principe, et surtout son efficacité à résoudre le paradoxe de Tolman, constituaient la seconde[10-18]. Les débats engagés s'orientaient vers la question à savoir si la dénomination causale était absolue ou relative et vers la clarification des concepts à la base de la notion de causalité. Toutefois, même à ce jour, l'unanimité est loin d'être parfaite.

Parallèlement à ceci, certains auteurs insatisfaits du principe de réinterprétation en tant que moyen de résoudre le paradoxe de Tolman cherchaient plutôt à le résoudre d'une tout autre façon. Des modèles, dans le cadre desquels l'existence des tachyons était permise sans pour autant impliquer le paradoxe de Tolman, furent alors proposés[19-28]. Cependant, ces modèles imposaient des contraintes plutôt fortes sur le mouvement des tachyons et celles-ci paraissaient souvent artificielles. Ceci provoqua la création de toute une série de nouvelles approches et partagea donc davantage les opinions.

Finalement, depuis quelques années, l'intérêt que portent les physiciens à l'endroit des tachyons n'a cessé de s'estomper alors que la controverse demeure: le paradoxe de Tolman est-il résolu? De fait, une certaine confusion subsiste quant au concept de causalité. Bien que beaucoup d'auteurs continuent à effectuer des calculs dans le cadre de modèles bien précis en utilisant l'hypothèse des tachyons, les problèmes de causalité sont souvent négligés. Il est donc impératif de faire le point en ce qui concerne la causalité en rapport avec les tachyons.

Beaucoup de choses ont été dites à propos de la causalité et du paradoxe de Tolman, et plusieurs modèles prétendus causalement corrects ont été proposés. Il est maintenant possible et souhaitable de rassembler tout ce matériel dans un cadre unifié et synthétique, et d'en faire une analyse critique qui nous permettra d'en tirer des conclusions bien précises sur la possibilité de l'existence des tachyons à l'intérieur d'une théorie physiquement acceptable. C'est ce que nous nous proposons dans ce travail.

Nous voulons, en particulier, déterminer si la théorie de la relativité admet la possibilité des tachyons sans qu'il n'y ait de paradoxe. Cela revient en fait à montrer que l'une des parties engagées dans la controverse sur le paradoxe de Tolman est dans l'erreur. Dans l'éventualité où la relativité interdirait la possibilité des tachyons via le principe de causalité, il faudrait voir si la théorie peut être modifiée de façon à éliminer le paradoxe. A cet effet, il serait des plus intéressants de critiquer les modèles déjà proposés[19-28] et de tenter de dégager les caractéristiques communes à ceux qui s'avèreraient valables.

Ce travail se divise essentiellement en quatre chapitres. Le premier sera consacré à l'approche de Bilaniuk, Deshpande et Sudarshan[3,4]. Nous y exposerons la théorie ainsi que les conséquences pertinentes au sujet qui nous intéresse. Nous terminerons par une brève introduction du paradoxe de Tolman ainsi que du principe de réinterprétation.

Il est évident que le paradoxe de Tolman, constituant l'objet de cette étude, doit être discuté à fond. Aussi, le second chapitre en entier y sera consacré. Après l'émission de quelques hypothèses d'ordre général sur la nature des tachyons, nous exposerons en détails deux versions du paradoxe. Par la suite, nous tenterons de mettre en évidence la nature même du paradoxe pour terminer en dégageant quelques conclusions générales sur les possibilités de résoudre le problème de causalité semblant résulter de la théorie. En fait, nous verrons que deux possibilités s'offrent à nous: contester le paradoxe en essayant de montrer qu'il n'est qu'apparent, ou bien, essayer de formuler une autre théorie qui, elle, n'implique pas le paradoxe.

Ces deux alternatives seront respectivement présentées dans les chapitres III et IV. Au chapitre III, nous allons exposer et discuter le point de vue des auteurs qui accordent foi au principe de réinterprétation en tant que solution du paradoxe de Tolman. Par la suite, nous discuterons deux arguments tendant à montrer qu'en choisissant convenablement les conditions de frontière des problèmes, aucun paradoxe ne résulte. Toutefois, nous concluerons que le paradoxe de Tolman n'est pas résolu et ne peut l'être par aucune des approches exposées dans ce chapitre et par aucune autre du même genre.

Finalement, au dernier chapitre, nous examinerons trois modèles proposés en vue d'obtenir une théorie causalement cohérente. Le premier, consistant à restreindre le pouvoir d'émission de tachyons, s'avèrera inexact tandis que le second où un référentiel privilégié est introduit ainsi que le troisième où une direction privilégiée (le corridor des tachyons) est introduite, seront beaucoup plus concluants. Ces deux derniers modèles présenteront en effet l'avantage d'éliminer définitivement le paradoxe de Tolman tout en permettant l'existence des tachyons. Nous devrons cependant en payer le prix en abandonnant en partie le principe de relativité. Mais comme nous le verrons, cela n'est pas aussi catastrophique qu'on peut le prétendre à prime abord. Nous terminerons en examinant certaines conséquences de ces modèles lorsqu'on considère les tachyons en présence d'un champ de gravitation.

Une conclusion générale suivra, dans laquelle nous dégagerons les points importants révélés tout au long de ce travail.

Avant d'entrer dans le vif du sujet, notons que les résultats de cette étude ont fait l'objet d'une communication au 51e congrès de l'ACFAS[†] et seront publiés sous peu[††].

---

† R. Girard et L. Marchildon, *Problèmes de Causalité dans les Théories des Tachyons*, communication présentée le 27 mai 1983 lors du 51e congrès de l'ACFAS tenu à l'Université du Québec à Trois-Rivières. Le résumé de la communication se trouve dans Les Annales de L'ACFAS 50, 201 (1983).

†† R. Girard et L. Marchildon, *Are Tachyon Causal Paradoxes Solved?*, Foundations of Physics (à paraître).

CHAPITRE I

L'APPROCHE DE BILANIUK, DESHPANDE ET SUDARSHAN

La prédiction qu'aucun corps ne peut être accéléré jusqu'à la vitesse de la lumière constitue un des résultats les plus spectaculaires de la relativité restreinte. Expérimentalement confirmée, la relation masse-vitesse:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{(1 - V^2)}} \tag{1.1}$$

où m_0 est la masse propre du corps tandis que V est sa vitesse, nous montre en effet que l'inertie d'un corps croît asymptotiquement lorsque sa vitesse est voisine de celle de la lumière. Cela signifie qu'un apport infini d'énergie est nécessaire pour augmenter, d'une quantité infinitésimale, la vitesse d'une particule lorsque celle-ci est voisine de la vitesse de la lumière. Par ailleurs, d'un point de vue plus théorique, les transformations de Lorentz, découlant des postulats de la théorie, conduisent au même résultat. Si nous considérons, par exemple, deux référentiels d'inertie K et K', le second se déplaçant par rapport au premier avec la vitesse V dans le sens positif de l'axe x de K, leurs coordonnées sont reliées entre elles par:

$$\begin{cases} x = \gamma(x' + Vt') \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \gamma(t' + Vx') \end{cases} \qquad (1.2)$$

où

$$\gamma = (1 - V^2)^{-\frac{1}{2}} \qquad (1.3)$$

Du fait de la présence de ce facteur γ dans les transformations de Lorentz, il résulte qu'aucun référentiel d'inertie ne peut se déplacer par rapport à un autre avec une vitesse égale ou supérieure à celle de la lumière. Or, comme tout corps se déplaçant à vitesse constante inférieure à celle de la lumière peut en principe servir de support à un système de référence d'inertie, on conclut pour la seconde fois qu'aucun corps ne peut être accéléré jusqu'à la vitesse de la lumière.

L'idée de la nature corpusculaire de la lumière demeure cependant conciliable avec la théorie de la relativité. Il suffit pour cela d'émettre les hypothèses suivantes:

1. Un photon ne peut servir de support à un référentiel d'inertie. (Hyp.1.1)

2. La masse propre d'un photon est nulle. (Hyp.1.2)

3. Lors de sa création, le photon possède déjà une vitesse égale à l'unité. (Hyp.1.3)

La première de ces hypothèses nous assure que les coordonnées d'un événement demeurent toujours finies lorsqu'elles le sont dans un référentiel. Admettre qu'un référentiel puisse se déplacer à la vitesse de la lumière par rapport à un autre serait en effet équivalent à admettre que le facteur γ dans (1.2) puisse être infini. Par ailleurs, comme le souligne Antippa[21], si deux référentiels d'inertie avaient une vitesse relative égale à celle de la lumière alors les postulats de la relativité impliqueraient qu'il en serait de même pour toute paire de référentiels d'inertie.

La seconde hypothèse est nécessaire si nous voulons que l'équation (1.1) s'applique également aux photons. Cette équation nous donne, pour l'énergie d'un photon:

$$E = m = \frac{m_0}{0} \tag{1.4}$$

D'autre part, on a:

$$E = h\nu \tag{1.5}$$

où h est la constante de Plank et ν, la fréquence de l'onde associée au photon. L'énergie d'un photon ayant une valeur finie, il faut que sa masse propre m_0 soit nulle. Notons qu'adjoindre une masse propre nulle au photon ne pose pas de problèmes puisqu'il n'existe pas de référentiels par rapport auxquels un photon puisse être au repos. De fait, la masse propre d'un photon n'est pas une quantité observable.

La troisième hypothèse nous permet d'éviter le problème de l'accélération. Elle admet que le photon acquiert instantanément sa vitesse lorsqu'il est émis et qu'il la conserve jusqu'à ce qu'il soit absorbé.

Sous ces conditions, la théorie de la relativité n'interdit donc pas d'envisager que des particules voyagent à la vitesse de la lumière. Jusqu'à maintenant, on ne connaît cependant que le photon et, peut-être aussi, le neutrino qui jouissent de cette propriété.

Les particules de masse propre nulle sont appelées luxons, du fait qu'elles se déplacent à la vitesse de la lumière, et constituent en quelque sorte une seconde classe de particules. La première classe contient toutes les particules de masse propre positive, que l'on nomme bradyons parce qu'elles se déplacent toujours plus lentement que la lumière.

L'intérêt d'introduire cette classification tient d'abord au fait que chacun des deux genres de particules possède des caractéristiques particulières, mais plus encore au fait qu'elle est invariante et que toute particule connue à ce jour appartient à une et une seule de ces classes. La classification est invariante puisque la masse propre est une quantité invariante. De plus, la loi d'addition des vitesses est telle que si une particule se déplace avec une vitesse inférieure pour les bradyons, ou égale pour les luxons, à celle de la lumière par rapport à un référentiel d'inertie alors il en est de même par rapport à tout autre référentiel d'inertie. Par ailleurs, toutes les particules connues possèdent une masse propre nulle ou positive et appartiennent donc à une et une seule de ces classes.

Suite à ces considérations, il convient de se demander si la relativité interdit vraiment la possibilité qu'il existe des particules plus rapides que la lumière. Tout ce que l'on peut dire, c'est que les bradyons ne peuvent se déplacer à des vitesses égales ou supérieures à celle de la lumière et que les luxons se propagent eux-mêmes toujours à cette vitesse qui est constante pour tout observateur.

L'approche de Bilaniuk, Deshpande et Sudarshan[3,4] vise justement à introduire l'étude des particules plus rapides que la lumière, les tachyons[5], tout en demeurant dans le cadre de la théorie de la relativité. Bien qu'il soit possible d'introduire les tachyons sans demeurer dans le cadre de la relativité (nous verrons au chapitre IV deux théories où le principe de relativité est violé), l'approche de Bilaniuk et al. reste la plus simple en introduisant les tachyons comme on vient de le voir pour les photons.

Emettons avec Bilaniuk, Deshpande et Sudarshan[3,4] les trois hypotheses suivantes:

1. Les tachyons ne peuvent servir de support à des référentiels d'inertie. (Hyp.1.4)

2. Les tachyons ont des masses propres imaginaires. (Hyp.1.5)

3. Les tachyons sont créés ou émis avec des vitesses déjà supérieures à celle de la lumière. (Hyp.1.6)

La première hypothèse est nécessaire si nous tenons à conserver la théorie de la relativité dans sa forme actuelle. Si un référentiel d'inertie pouvait se déplacer plus vite que la lumière par rapport à un autre, le facteur γ dans les transformations (1.2) deviendrait imaginaire et cela aurait pour conséquence que les coordonnées d'un événement puissent être imaginaires elles aussi.

La seconde hypothèse est nécessaire si nous voulons que l'énergie d'un tachyon en fonction de sa vitesse soit donnée par:

$$E = \frac{m_0}{\sqrt{(1 - V^2)}} \quad , \tag{1.6}$$

tout en ayant une valeur réelle. La vitesse d'un tachyon étant supérieure à l'unité, si $m_0 = i|m_0|$ on a:

$$E = \frac{|m_0|}{\sqrt{(V^2 - 1)}} \quad . \tag{1.7}$$

Supposer que la masse propre d'un tachyon soit imaginaire ne pose pas de problèmes puisque, comme dans le cas du photon, cette quantité n'est pas observable. Selon (Hyp.1.4), il n'existe pas de référentiels d'inertie par rapport auxquels un tachyon puisse être au repos.

Finalement, la dernière hypothèse joue le même rôle que (Hyp.1.3) en nous permettant de contourner le problème de l'accélération. Les tachyons ne sont pas des bradyons ayant été accélérés: Les tachyons peuvent être produits par des réactions nucléaires; ils peuvent être créés sous forme de paires tachyon-antitachyon ou encore être émis par des atomes.

Ces hypothèses nous amènent à considérer une troisième classe de particules: celle des tachyons. Cette classe contient toutes les particules de masse propre imaginaire ou, si nous préférons, toutes les particules plus rapides que la lumière. La masse propre étant invariante, la classification l'est également. D'ailleurs, si une particule est plus rapide que la lumière par rapport à un référentiel K alors elle est plus rapide que la lumière par rapport à tout autre référentiel K' animé d'une vitesse $|V| < 1$ par rapport à K. Si tel n'était pas le cas, c'est-à-dire s'il existait un référentiel K'' dans lequel la particule était un bradyon, alors elle serait un bradyon par rapport à tout autre référentiel d'inertie. Ce résultat de la théorie de la relativité est d'ailleurs bien connu. Au lieu de le démontrer, prouvons directement que si une particule est un tachyon par rapport à un référentiel d'inertie, il en est de même par rapport à tout autre référentiel d'inertie.

En ne considérant que deux dimensions d'espace-temps, supposons qu'un tachyon T se déplace avec la vitesse $|U| > 1$ par rapport au référentiel K. Il faut montrer que, pour tout référentiel K' se déplaçant avec la vitesse $|V| < 1$ par rapport à K, nous avons:

$$|U'| > 1 \quad . \tag{1.8}$$

Considérons en premier lieu, le cas où $0 < V < 1$ et posons

$$U = \begin{cases} 1 + a & \text{si} \quad U > +1 \\ \\ -1 - a & \text{si} \quad U < -1 \end{cases} \tag{1.9}$$

et

$$V = 1 - b \tag{1.10}$$

où a et b satisfont les inégalités suivantes:

$$\begin{cases} 0 < a < \infty \\ \\ 0 < b < 1 \end{cases} \quad . \tag{1.11}$$

La vitesse de T par rapport à K' étant donnée par

$$U' = \frac{U - V}{1 - UV} \quad , \tag{1.12}$$

nous pouvons écrire:

$$|U'| = \left|\frac{a + b}{b - a(1 - b)}\right| \qquad \text{si} \quad U > +1 \tag{1.13}$$

et

$$|U'| = \left| \frac{-\{(2 - b) + a\}}{(2 - b) + a(1 - b)} \right| \quad \text{si} \quad U < -1 \quad . \tag{1.14}$$

Si d'autre part, nous considérons le cas où $-1 < V < 0$, on peut écrire:

$$V = -1 + b \tag{1.15}$$

et la vitesse de T par rapport à K' devient:

$$|U'| = \left| \frac{(2 - b) + a}{(2 - b) + a(1 - b)} \right| \quad \text{si} \quad U > +1 \tag{1.16}$$

et

$$|U'| = \left| \frac{-(a + b)}{b - a(1 - b)} \right| \quad \text{si} \quad U < -1 \tag{1.17}$$

On remarque que les membres de droite des équations (1.13) et (1.17) ainsi que ceux des équations (1.14) et (1.16) sont égaux entre eux. Il suffit donc, pour achever la preuve, de montrer que

$$\left| \frac{(2 - b) + a}{(2 - b) + a(1 - b)} \right| > 1 \tag{1.18}$$

et que

$$\left| \frac{a + b}{a(1 - b) - b} \right| > 1 \quad , \tag{1.19}$$

pour tout a et b satisfaisant (1.11).

Commençons par prouver l'inégalité (1.18). Des inégalités (1.11), on a $(2 - b) > 0$ et $0 < (1 - b) < 1$; d'où, (1.18) est satisfaite pour tout $a > 0$. Afin de prouver (1.19), procédons par l'absurde en posant

$$\left| \frac{a + b}{a(1 - b) - b} \right| < 1 \tag{1.20}$$

ou, de façon équivalente,

$$a + b < |a(1 - b) - b| \quad . \tag{1.21}$$

Si $\{a(1 - b) - b\} > 0$, alors $(a + b) < \{a(1 - b) - b\}$ et

$$2b < -ab \quad . \tag{1.22}$$

Si par contre $\{a(1 - b) - b\} < 0$, alors $(a + b) < \{b - a(1 - b)\}$ et

$$2a < ab \quad . \tag{1.23}$$

Or les inégalités (1.22) et (1.23) sont fausses en vertu de (1.11). L'inégalité (1.19) est donc toujours satisfaite. Finalement, de (1.18) et de (1.19), on peut conclure que

$$|U'| > 1 \tag{1.24}$$

pour tout $|U| > 1$ et pour tout $|V| < 1$, ce qui achève la preuve[†].

Jusqu'à ce point, la théorie de la relativité permet l'introduction des tachyons comme constituant une troisième classe de particules. Tout cela paraît bien convaincant et nous n'avons pas encore rencontré de difficultés majeures. Mais pourquoi alors a-t-il fallu attendre plus de cinquante ans après les travaux d'Einstein[1] pour que des gens s'intéressent sérieusement à la possibilité des tachyons? Plusieurs facteurs en sont probablement responsables.

Bien que certaines expériences aient révélé des vitesses supraluminales, on a trouvé qu'elles s'avéraient non concluantes. En somme, aucune des nombreuses expériences réalisées dans le but de détecter des tachyons ne nous permet de prouver de façon certaine leur existence. De plus, ces expériences impliquent, par leurs résultats négatifs, que l'interaction entre bradyons et tachyons est très faible ou que ceux-ci sont rares[††]. D'un autre côté, certaines conséquences de l'approche de Bilaniuk,

---

† Pour une preuve plus succincte, considérer l'équation 21 dans la référence 21.

†† On trouvera, dans la référence 29, un résumé des principaux travaux expérimentaux effectués au cours des années soixantes. Pour des résultats plus récents: voir les références 30 à 33.

Deshpande et Sudarshan ont pu sembler insensées à plusieurs. Il y a deux conséquences, en particulier, qui entraînent des difficultés: l'une a trait à l'invariance de l'ordre temporel et l'autre à l'invariance du signe de l'énergie.

Deux événements sur la ligne d'univers d'un tachyon sont toujours séparés par un intervalle du genre espace. Or, dans ces circonstances, l'ordre temporel n'est pas, de façon générale, invariant. Supposons par exemple qu'un référentiel K' se déplace par rapport à K avec la vitesse V dirigée dans le sens positif de l'axe x de K. Supposons de plus que selon K, un tachyon T se déplace du point A au point B dont les coordonnées sont respectivement (x,t) et $(x + \Delta x, t + \Delta t)$, où Δx et Δt sont positifs. Par rapport à K', les coordonnées des points A et B sont respectivement (x',t') et $(x' + \Delta x', t' + \Delta t')$ et l'intervalle de temps $\Delta t'$ est donné par:

$$\Delta t' = \gamma(\Delta t - V\Delta x) \tag{1.25}$$

que nous pouvons écrire comme:

$$\frac{\Delta t'}{\Delta t} = \gamma \left(1 - V \frac{\Delta x}{\Delta t}\right) . \tag{1.26}$$

Mais $(\Delta x)/(\Delta t)$ n'est rien d'autre que la vitesse U du tachyon par rapport à K. Nous remarquons alors que

$$\frac{\Delta t'}{\Delta t} < 0 \quad \text{si et seulement si} \quad UV > 1 \tag{1.27}$$

et puisque pour $U > 1$, il existe toujours un $V < 1$ tel que $UV > 1$, on conclut qu'il est toujours possible de trouver un référentiel K' selon lequel l'ordre temporel des points A et B est inversé.

De la même manière, le signe de l'énergie d'un tachyon n'est pas, en général, invariant. En se référant à l'exemple précédent, si le tachyon T possède l'énergie positive E par rapport à K, alors l'énergie de T, par rapport à K', sera donnée par

$$E' = \gamma(E - VP_x) \tag{1.28}$$

où P_x est la composante x de la quantité de mouvement de T par rapport à K. En effectuant le rapport

$$\frac{E'}{E} = \gamma\left(1 - V\frac{P_x}{E}\right) \quad , \tag{1.29}$$

où $P_x/E = U$, nous obtenons

$$\frac{E'}{E} < 0 \quad \text{si et seulement si} \quad UV > 1 \quad . \tag{1.30}$$

Encore ici, il existe toujours un référentiel K' selon lequel l'énergie du tachyon est négative alors qu'elle est positive par rapport à K. Notons dès maintenant que la condition nécessaire et suffisante, $UV > 1$, pour qu'un tel effet se produise est la même que dans le cas de l'inversion de l'ordre temporel. En fait, une telle inversion se produit pour la quatrième composante de tout quadrivecteur lorsque $UV > 1$.

De ces conséquences, il peut résulter la situation suivante: supposons que selon un observateur O au repos dans K, le point A corresponde à l'émission du tachyon T d'énergie positive et que le point B corresponde à l'absorption du même tachyon. Supposons également qu'un autre observateur O' soit au repos dans K' et que la vitesse de K' par rapport à K satisfasse:

$$UV > 1 \quad . \tag{1.31}$$

Théoriquement, l'observateur O' devrait alors conclure que le tachyon a été absorbé avant d'être émis et que son énergie était négative; en d'autres termes, il devrait conclure que le tachyon s'est déplacé à reculons dans le temps.

C'est précisément parce que l'ordre temporel et le signe de l'énergie s'inversent sous la même condition, que Bilaniuk, Deshpande et Sudarshan[3,4] ont pu énoncer un principe visant à réinterpréter la situation précédente d'une manière plus orthodoxe. Le principe de réinterprétation stipule qu'une particule d'énergie négative voyageant à reculons dans le temps et dans une direction spatiale donnée, doit s'interpréter comme une particule d'énergie positive voyageant dans le sens positif du temps et dans la direction spatiale opposée[3-5].

En fait, en appliquant le principe de réinterprétation à notre exemple, nous arrivons aux conclusions auxquelles O' parviendrait à la suite d'une observation directe. Puisque tout observateur enregistre les événements dans un ordre temporel croissant et puisque l'énergie est une quantité additive, O' remarque en premier lieu l'émission d'une quantité positive d'énergie au point B plutôt que l'absorption d'une quantité négative d'énergie. Ensuite, au point A, il remarque une absorption d'énergie positive plutôt qu'une émission d'énergie négative. Il ne peut que conclure qu'un tachyon d'énergie positive a été émis au point B puis absorbé plus tard au point A.

Le principe de réinterprétation n'a cependant pas été introduit uniquement pour résoudre le genre de difficultés rencontrées dans l'exemple précédent. Son principal but est de répondre à la plus grande objection, sûrement la plus sérieuse, à l'approche de Bilaniuk, Deshpande et Sudarshan: le paradoxe de Tolman. Nous l'étudierons en détails dans le prochain chapitre. Quant au principe de réinterprétation, nous y reviendrons au chapitre III.

CHAPITRE II

LE PARADOXE DE TOLMAN

L'argument le plus sérieux contre l'approche de Bilaniuk, Deshpande et Sudarshan, concerne la possibilité de construire des boucles causales, c'est-à-dire, des chaînes d'événements liés causalement les uns aux autres de manière fermée. Par exemple, si l'événement E_1 cause l'événement E_2 qui cause E_3 et ainsi de suite jusqu'à E_n, E_n étant lui-même la cause de E_1, alors l'ensemble des événements E_i constitue une boucle causale. Dans certains cas, ces boucles donnent lieu à des situations paradoxales. Si, dans l'exemple précédent, E_n empêche E_1 de se réaliser alors la boucle est globalement contradictoire. Le genre de paradoxe résultant de boucles causales où interviennent des tachyons est nommé paradoxe de Tolman.

La possibilité de boucles causales n'est généralement pas considérée dans les théories courantes de la physique parce que nous décrivons toujours les relations causales dans un ordre temporel croissant et que dans ces théories, l'ordre temporel est invariant. Il en est cependant tout autrement lorsqu'on suppose l'existence des tachyons. Comme on l'a vu au chapitre précédent, l'ordre temporel n'est pas nécessairement préservé par les transformations de Lorentz lorsque les événements sont liés par l'échange de tachyons. Il semble alors que la cause d'un événement puisse aussi bien le précéder que lui succéder. En fait, ceci représente une condition nécessaire à la possibilité d'établir une boucle causale.

Il existe évidemment beaucoup d'exemples de boucles causales semblant possibles avec l'utilisation de tachyons en tant que porteurs d'information[10,13,34]. Dans ce chapitre, nous en donnerons deux. Il s'agit en fait de deux versions (formulations) différentes du paradoxe de Tolman. L'intérêt d'en donner deux plutôt qu'une seule se précisera plus tard lorsque nous discuterons les points de vue de certains auteurs face au paradoxe. Nous verrons que quelques-uns fondent leurs arguments sur une des versions et que ces arguments ne tiennent pas si nous nous référons à l'autre. Mentionnons seulement, pour l'instant, que les deux versions se distinguent essentiellement par le fait que dans l'une, les tachyons sont échangés entre des observateurs en mouvement relatif alors que dans l'autre, les observateurs qui s'échangent des tachyons sont au repos l'un par rapport à l'autre.

Avant d'exposer en détails ces deux versions du paradoxe, il serait utile de faire ressortir quelques hypothèses générales. Il s'agit de suppositions implicitement faites par la plupart des auteurs et nécessaires, jusqu'à un certain point, à toute formulation du paradoxe. Ce sont essentiellement les suivantes:

1. Il est permis aux tachyons de se déplacer à des vitesses arbitrairement grandes et ce, dans toutes les directions. (Hyp.2.1)

2. Les systèmes de référence de Lorentz étant tous équivalents, les mouvements "tachyoniques" permis dans l'un sont permis dans tous les autres. (Hyp.2.2)

3. Il est possible d'exercer un certain contrôle sur les processus d'émission des tachyons. (Hyp.2.3)

4. Il est possible d'exercer un certain contrôle sur les processus d'absorption des tachyons. (Hyp.2.4)

5. Le fond (background) tachyonique n'est pas assez intense pour perturber systématiquement d'éventuelles expériences faisant intervenir des tachyons. (Hyp.2.5)

La mention des deux premières hypothèses peut sembler superflue mais nous verrons au chapitre IV qu'elles sont modifiées dans certaines théories où les boucles causales sont absentes. Les hypothèses (Hyp.2.3) et (Hyp.2.4) sont nécessaires si nous voulons que les tachyons puissent être utilisés pour transporter des messages. Elles sous-entendent également que les tachyons interagissent avec les bradyons. Si tel n'était pas le cas, le sujet des tachyons perdrait son intérêt puisque ceux-ci seraient indétectables. Quant à la dernière hypothèse, elle possède un caractère plus pratique en nous permettant de concevoir des expériences en admettant un rapport signal-bruit suffisamment grand pour que les résultats soient interprétables.

A. Première version du paradoxe de Tolman

Considérons deux référentiels K et K', K' se déplaçant par rapport à K avec la vitesse $V < 1$ dirigée dans le sens positif de l'axe x de K. Appelons A le point de l'espace-temps correspondant à l'origine commune de K et de K' et considérons un point B, situé sur la ligne d'univers d'un observateur O' au repos dans K', dont les coordonnées sont telles que

$$\frac{x_B}{t_B} > V^{-1} \tag{2.1}$$

où x_B et t_B sont positifs. Cela implique, d'après les résultats du chapitre I concernant l'inversion de l'ordre temporel, l'inégalité suivante:

$$x'_B > 0 > t'_B \quad . \tag{2.2}$$

Considérons de plus qu'un observateur O est au repos dans K et que sa ligne d'univers passe par le point A. (Voir figure 2.1)

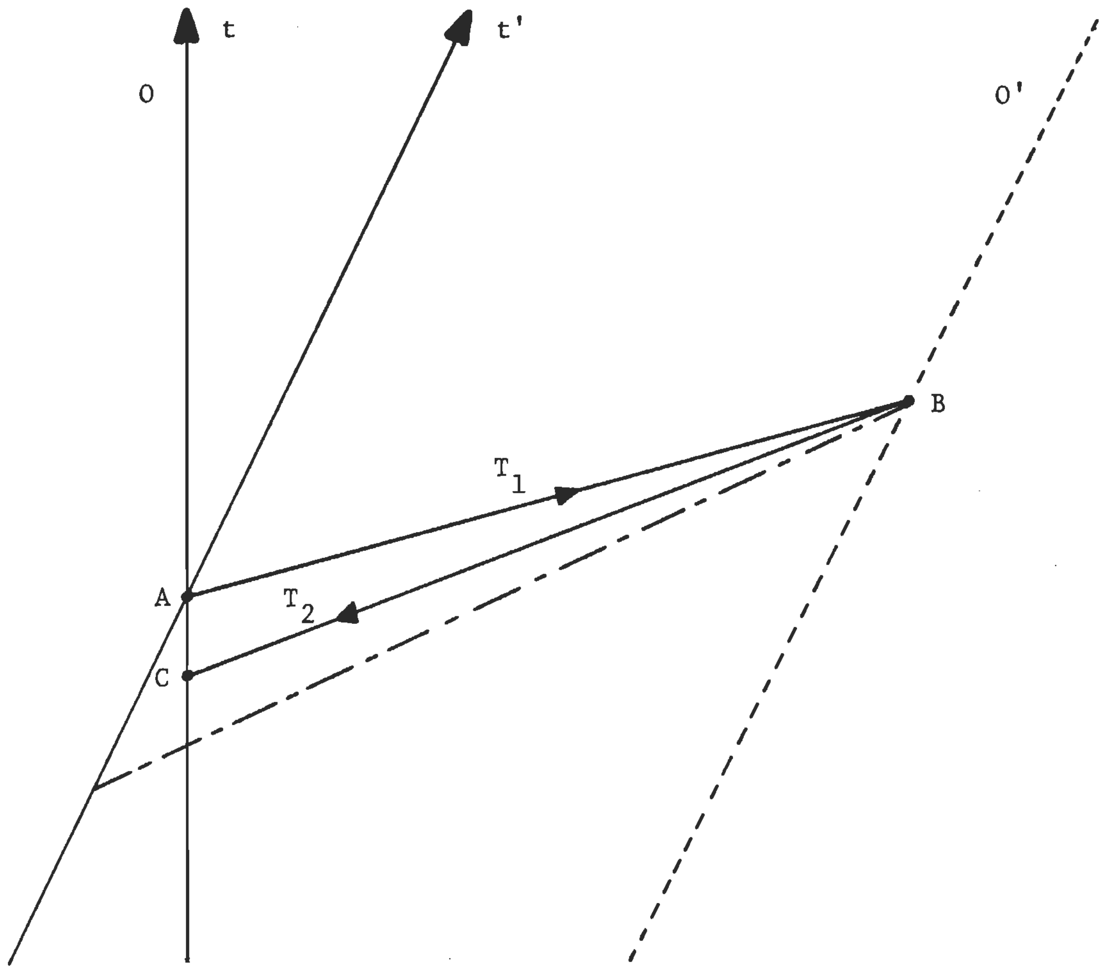

Figure 2.1 Diagramme de Minkowski illustrant la première version du paradoxe de Tolman.

Supposons que les deux observateurs aient les instructions suivantes: au point A, si et seulement si O n'a pas reçu un tachyon auparavant, c'est à dire à un temps antérieur à $t_A = 0$, alors il en envoie un à O' avec la vitesse

$$U_{T1} = \frac{x_B}{t_B} \tag{2.3}$$

afin que O' le reçoive au point B. L'observateur O' a pour instruction de renvoyer un autre tachyon à O avec la vitesse négative U'_{T2} , si et seulement si il en a reçu un au point B. La vitesse U'_{T2} est choisie de façon que

$$V^{-1} < U_{T2} < U_{T1} \tag{2.4}$$

ou, si nous préférons,

$$\frac{1}{V} < \frac{x_C - x_B}{t_C - t_B} < \frac{x_B}{t_B} \tag{2.5}$$

où x_C et t_C sont les coordonnées du point correspondant à la réception, par O, du deuxième tachyon†. Puisque la ligne d'univers de O passe par

† En se référant à la figure 2.1, on peut écrire (2.4) comme:

$$-\infty < U'_{T2} < \frac{x'_B}{t'_B} = U'_{T1} < 0 \quad .$$

De plus, on note que $t'_C > t'_B$.

l'origine de K, $x_C = 0$ et (2.5) devient:

$$\frac{1}{V} < \frac{x_B}{t_B - t_C} < \frac{x_B}{t_B} \quad . \tag{2.6}$$

Les coordonnées x_B et t_B étant positives, on obtient:

$$t_C < 0 \quad . \tag{2.7}$$

Le second tachyon étant reçu par O avant que celui-ci n'envoie le premier, la contradiction devient évidente. Si O envoie un tachyon alors il en reçoit un, quelque temps auparavant, lui interdisant d'émettre. Si, par contre, il n'envoie pas de tachyon à $t_A = 0$, il ne reçoit rien auparavant et alors ses instructions sont d'émettre au temps $t_A = 0$. En somme, O émet un tachyon au temps $t_A = 0$ si et seulement si il n'émet pas. Le paradoxe se manifeste donc comme suit: un événement se produit si et seulement si il ne se produit pas.

B. Seconde version du paradoxe de Tolman

Considérons les mêmes référentiels K et K' de la première version et considérons la situation suivante. Deux observateurs, O_1 et O_3, sont au repos dans K tandis que deux autres observateurs, O_2' et O_4', sont au repos dans K'. Les lignes d'univers de O_1 et O_2' se croisent au point A, l'origine commune de K et K'. D'autre part, celles de O_3 et O_4' se croisent au point B dont les coordonnées sont choisies de façon que

$$x_B > t_B > 0 \tag{2.8}$$

et que

$$\frac{x_B}{t_B} > \frac{1}{V} \tag{2.9}$$

La condition (2.9) implique, via les transformations de Lorentz, les inégalités: (Voir figure 2.2)

$$x_B' = \gamma t_B \left(\frac{x_B}{t_B} - V \right) > 0 \tag{2.10}$$

et

$$t_B' = \gamma t_B \left(1 - V \frac{x_B}{t_B} \right) < 0 \quad . \tag{2.11}$$

Les quatre observateurs ont les instructions suivantes. Au point A, O_2' ordonne à O_1 d'envoyer, au temps t_C, un tachyon T_1 vers O_3 si et seulement si O_2' n'a pas reçu un tachyon à un temps précédent t_A'. Il est, de plus, convenu que:

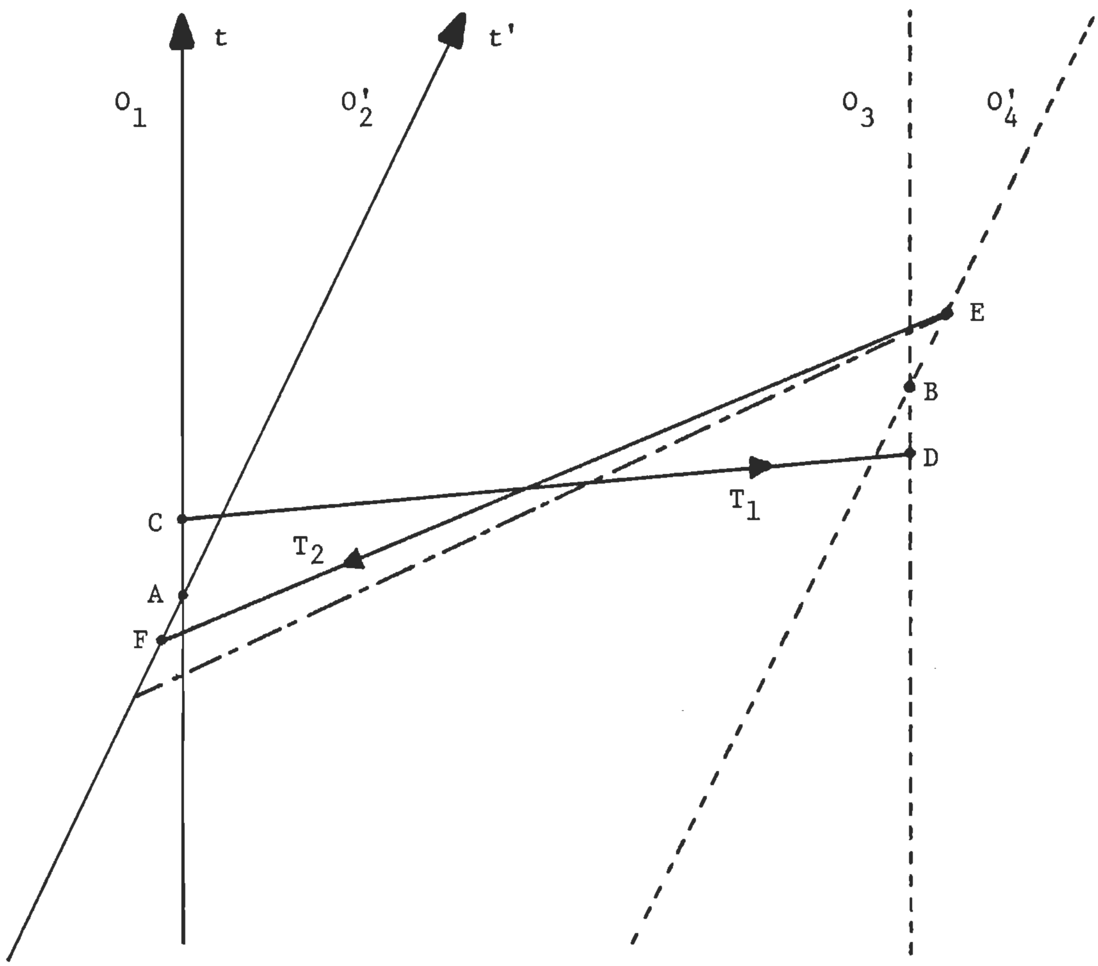

Figure 2.2 Diagramme de Minkowski illustrant la seconde version du paradoxe de Tolman.

$$t_A < t_C < t_B \tag{2.12}$$

et que la vitesse de T_1 satisfasse l'inégalité:

$$U_{T1} > \frac{x_B}{t_B - t_C} \quad . \tag{2.13}$$

L'observateur O_3 recevra alors, s'il y a lieu, le tachyon au temps t_D satisfaisant les inégalités:

$$t_C < \left(t_C + \frac{x_B}{U_{T1}} = t_D \right) < t_B \quad . \tag{2.14}$$

De la même manière, au point B, O_3 ordonne à O_4' d'envoyer, au temps t_E', un tachyon T_2 si et seulement si O_3 a reçu un tachyon à un temps précédent t_B. Ici, il est convenu que

$$t_B' < t_E' < (t_A' = 0) \tag{2.15}$$

et que la vitesse de T_2 satisfasse:

$$U_{T2}' < \frac{x_B}{t_E'} < 0 \quad . \tag{2.16}$$

L'observateur O_2' recevra alors, s'il y a lieu, le tachyon au temps t_F' satisfaisant:

$$t_E' < \left(t_E' + \frac{-x_B}{U_{T2}'} = t_F' \right) < (0 = t_A') \quad . \tag{2.17}$$

Le second tachyon arrive donc à temps pour que O_2' ordonne à O_1 de ne pas envoyer T_1. Comme dans la première version, la situation est paradoxale puisqu'il faut que T_1 soit émis pour que le second tachyon soit envoyé.

C. Discussion

Notons, en premier lieu, que certaines simplifications ont été accomplies afin de rendre plus claire la formulation du paradoxe. Dans la première version, par exemple, nous avons supposé que le temps de délai était nul entre le moment où O' reçoit T_1 et celui où il émet T_2. Cela ne diminue cependant en rien la force de l'argument puisque nous pouvons toujours spécifier l'expérience de façon qu'il y ait paradoxe, même en considérant des temps de délai arbitrairement grands. Pour s'en rendre compte, référons-nous à la figure 2.3 illustrant la première version du paradoxe dans le cas où un temps de délai $\Delta t'$ est considéré. Par rapport à K , le temps de délai est donné par

$$\Delta t = \gamma \Delta t' > 0 \tag{2.18}$$

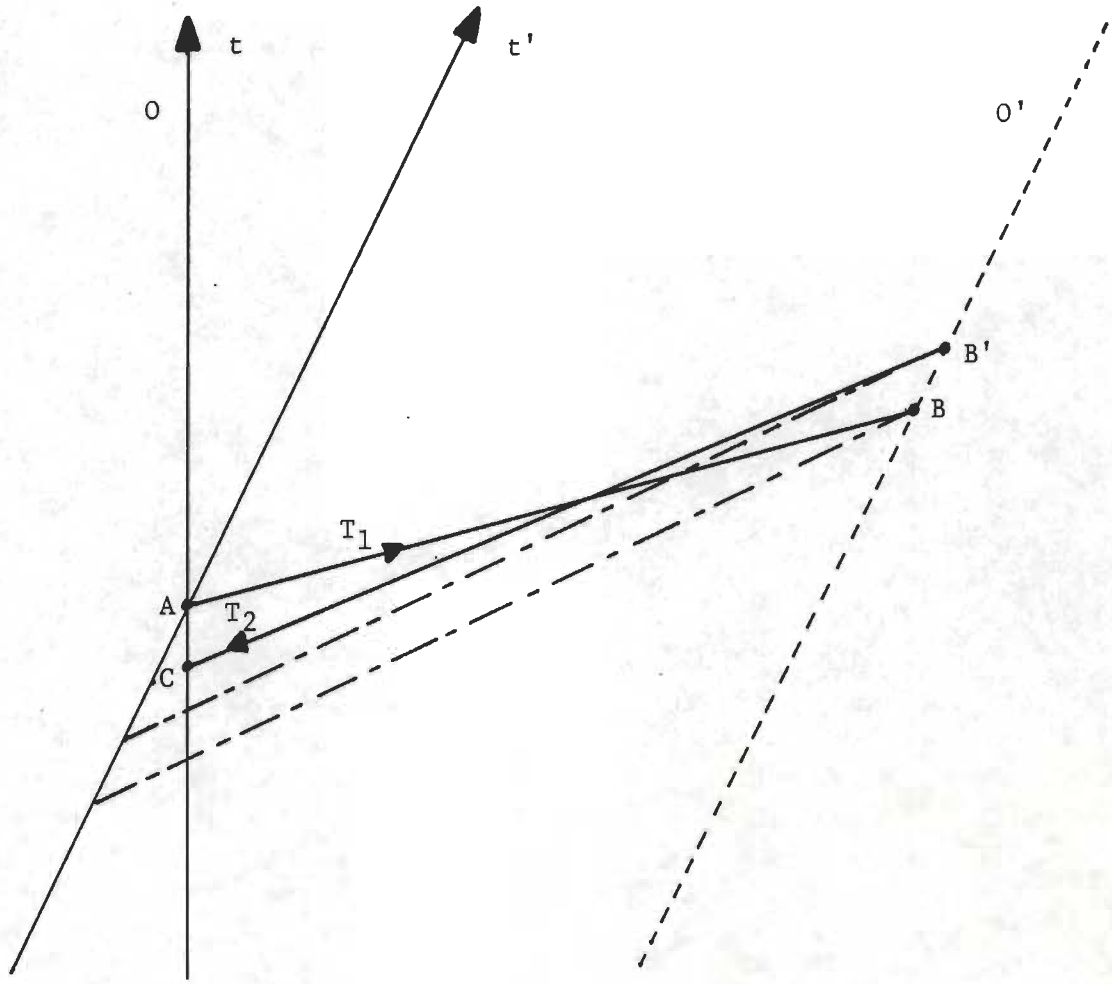

Figure 2.3 Diagramme de Minkowski illustrant la première version du paradoxe de Tolman dans le cas où le délai entre la réception de T_1 et l'émission de T_2 n'est pas nul. Ce délai est limité par l'inégalité $0 \leqslant \Delta t' \leqslant t'_A - t'_B$ afin que T_2 arrive au point C au temps $t_C < t_A$ tout en se propageant dans le sens positif du temps par rapport à O'.

et les inégalités (2.4) et (2.5), spécifiant la vitesse de T_2, deviennent

$$\frac{1}{V} < \left(\frac{x_C - x_B}{t_C - (t_B + \Delta t)} = U_{T2} \right) < \frac{x_B}{t_B + \Delta t} \quad . \tag{2.19}$$

De même, (2.6) s'écrit:

$$\frac{1}{V} < \frac{x_B}{(t_B + \Delta t) - t_C} < \frac{x_B}{(t_B + \Delta t)} \tag{2.20}$$

impliquant (2.7), c'est à dire $t_C < 0$, puisque x_B, t_B et Δt sont tous positifs. Le paradoxe se manifeste donc également, qu'il y ait un temps de délai ou non. De plus, en se référant toujours à la figure 2.3, si nous choisissons le facteur d'échelle de telle façon que x'_B, la distance entre A et B, soit de 10^9 mètres, par exemple, alors $\Delta t'$ est approximativement égal à 10^8 mètres de temps, soit une seconde. Si, d'un autre côté, la distance entre A et B est choisie pour être X fois plus grande alors $\Delta t'$ se trouve multiplié par le même facteur. Or, rien n'empêche, en principe, de spécifier l'expérience en choisissant arbitrairement l'ordre de grandeur de la distance entre les points A et B.

Une autre simplification a été ajoutée lorsque, dans la seconde version, nous avons supposé que $0'_2$, par exemple, donnait un ordre à 0_1 en le rencontrant au point A. Nous pourrions facilement imaginer d'autres moyens plus réalistes de transférer un message entre $0'_2$ et 0_1 mais cela ne compliquerait qu'inutilement la formulation du paradoxe sans pour autant modifier les résultats obtenus. De même, il n'est pas réaliste de ne considérer qu'une seule dimension spatiale dans les deux versions. Si tel était le cas, les trajectoires des deux tachyons se croiseraient inévitablement en un point et ceux-ci devraient par conséquent interagir. Mais, encore ici, il est facile d'imaginer le même genre d'expériences en considérant trois dimensions spatiales afin que les tachyons passent suffisamment loin l'un de l'autre pour qu'il n'y ait pas d'interaction appréciable.

Enfin, il est important de remarquer que même si nous avons considéré des observateurs ne s'échangeant qu'un seul tachyon à la fois, nous pouvons toujours supposer, en vertu de (Hyp.2.3) et de (Hyp.2.4), qu'ils s'échangent des messages. Dans la première version, par exemple, nous pouvons supposer que O envoie un message à O' en modulant un faisceau de tachyons et que O' lui réponde par un autre message. Cette remarque sera importante dans le contexte du prochain chapitre.

Un fait important se dégage des deux versions que nous avons exposées. Ces boucles causales représentent chacune un processus complexe qui peut être divisé en une chaîne de processus simples, comme une absorption particulière, ou encore, une trajectoire particulière etc... Chacun de ces processus simples apparaît comme permis, complètement réalisable et ne semble soulever aucun problème. Par exemple, les émissions et les absorptions sont permises en vertu de nos hypothèses. De plus, chaque émetteur n'envoie des tachyons que vers le futur. En d'autres termes, dans le référentiel où l'émetteur est au repos, les tachyons sont émis d'abord puis absorbés ensuite ou, si nous préférons, les tachyons sont émis avec des énergies positives. Mais, bien que ces processus simples semblent permis, leur juxtaposition en un processus complet est contradictoire. En d'autres termes, rien ne semble interdir la possibilité de n'importe quelle partie d'un processus complet qui, globalement, est logiquement impossible.

Il est évident qu'une théorie prédisant ou permettant des situations paradoxales n'est pas satisfaisante. Il faut cependant être prudent et ne pas conclure hâtivement en rejettant dès maintenant l'idée des tachyons. La théorie de la relativité, par exemple, engendre nombre de pseudo-paradoxes qui disparaissent à la suite d'une analyse détaillée[36]. Ces paradoxes reposent souvent sur des erreurs d'interprétation et peut-être en est-il de même en ce qui concerne le paradoxe de Tolman. Par ailleurs, la théorie des tachyons que nous avons exposée repose sur un certain nombre d'hypothèses et a pour cadre général la théorie de la relativité restreinte. Peut-être est-il possible d'introduire les tachyons autrement, sans que le paradoxe se manifeste.

Résoudre le paradoxe pourrait consister à montrer qu'il n'est qu'apparent. Il pourrait, par exemple, y avoir des erreurs fondamentales dans la formulation de nos expériences. A cet effet, au moins trois types d'erreurs auraient pu être commises: (a) il pourrait y avoir une erreur de logique dans la formulation; (b) il se pourrait qu'un des liens causaux constituant la boucle, semblant parfaitement possible à première vue, soit déclaré impossible à la suite d'un examen approfondi; (c) il se pourrait qu'un des processus simples constituant la boucle interdise la réalisation d'un autre. Nous devons cependant éviter, en ce qui concerne le troisième type d'erreurs, de fonder cette interdiction sur la nature paradoxale de la boucle. Il ne faut pas, par exemple, tenir le raisonnement suivant: le processus X interdit le processus Y puisque si tel n'était pas le cas, la situation globale serait paradoxale. Ce genre d'argument revient à postuler que les boucles causales contradictoires ne sont pas conséquentes à notre théorie. Il est nécessaire que la raison pour laquelle X prévient Y résulte de notre théorie ou d'une théorie auxiliaire utilisée dans la formulation.

Si aucune erreur des genres mentionnés plus haut n'était décelée alors le paradoxe de Tolman serait conséquent à la théorie et le seul moyen de le résoudre consisterait à modifier celle-ci de façon qu'il ne puisse se manifester.

Il y a donc, jusqu'ici, deux avenues possibles en vue de résoudre le problème de causalité associé aux tachyons. La première consiste, en quelque sorte, à contester le paradoxe de Tolman et la seconde, à modifier la théorie. Les deux prochains chapitres seront consacrés respectivement à ces deux alternatives.

CHAPITRE III

CONTESTATION DU PARADOXE DE TOLMAN

Les deux formulations du paradoxe de Tolman que nous avons exposées au chapitre précédent reposent sur l'approche de Bilaniuk, Deshpande et Sudarshan, ainsi que sur un certain nombre d'hypothèses exprimées au début du chapitre II. D'autre part, nous venons de voir qu'une possibilité de résoudre le paradoxe consistait, en quelque sorte, à démontrer qu'il n'est qu'apparent.

Les auteurs qui contestent la réalité du paradoxe se basent sur la même théorie des tachyons et s'accordent en général sur les hypothèses (Hyp.2.1) à (Hyp.2.5). Selon la majorité d'entre eux, le paradoxe n'est qu'apparent et le problème réside dans sa formulation où s'y logent des erreurs d'interprétation. Quant à leur argumentation, elle est principalement fondée sur la discussion de notions liées au concept de causalité.

Nous allons discuter dans ce chapitre de trois types de tentatives amorcées dans cette voie. La première fait intervenir le principe de réinterprétation comme argument principal. Nous verrons que cela entraîne des conséquences bien précises sur le principe de causalité. L'une d'elles, par exemple, est que la dénomination causale entre deux événements séparés par un intervalle du genre espace n'est pas nécessairement invariante. Nous démontrerons cependant que non seulement le principe de réinterprétation est inexact dans sa partie essentielle pour résoudre le paradoxe, mais que même s'il était valide dans sa totalité, il serait encore insuffisant pour y parvenir.

Deux autres tentatives feront ensuite l'objet de nos discussions. La première, se basant sur l'approche des canaux passifs, et la seconde, utilisant l'approche des signaux faibles, ont en commun l'attribution de conditions de frontière particulières de façon à obtenir des boucles causales non paradoxales. Nous montrerons toutefois qu'elles ne résolvent pas véritablement le paradoxe et que toute tentative éventuelle dans cette voie serait vouée à l'échec.

A. Le principe de réinterprétation

Nous avons déjà introduit brièvement le principe de réinterprétation au chapitre I. Proposé en premier lieu par Bilaniuk, Deshpande et Sudarshan[3], son but est essentiellement de résoudre le paradoxe de Tolman. Les principaux arguments conduisant à l'énoncé du principe, ainsi que le principe lui-même, peuvent être résumés comme suit:

1. Par rapport à un référentiel donné, un tachyon se déplace dans le sens négatif du temps si et seulement si son énergie est négative.

2. Du point de vue dynamique, en ce qui concerne les lois de conservation, par exemple, il n'est pas possible d'établir une distinction entre une particule d'énergie positive (E) se déplaçant dans le sens positif du temps avec une quantité de mouvement $\vec{p}$ et une particule d'énergie négative (-E) se déplaçant dans le sens négatif du temps avec une quantité de mouvement $-\vec{p}$.

3. Par rapport à un référentiel donné, toute particule doit être interprétée comme se déplaçant dans le sens positif du temps et comme ayant une énergie positive.

4. Si une particule ou un faisceau de particules transporte de l'information, alors le sens spatio-temporel du transfert d'information doit lui aussi être réinterprété lorsque le sens de propagation et le signe de l'énergie des particules sont inversés.

En fait, les points 1 et 2 constituent les arguments justifiant le principe de réinterprétation. Le point 1 a été démontré au chapitre I, alors que nous observions que sous la même condition l'ordre temporel ainsi que le signe de l'énergie s'inversaient. Pour ce qui est du point 2, il est clair, du point de vue de la dynamique, qu'absorber (émettre) une quantité négative d'énergie, par exemple, est équivalent à émettre (absorber) une quantité d'énergie de même valeur, mais positive. Cela tient au fait que l'énergie est une quantité additive et conservée. Par ailleurs, de la définition de la quantité de mouvement,

$$\vec{p} = \gamma m_0 \frac{d\vec{r}}{dt} \tag{3.1}$$

si dt est négatif, alors on peut écrire

$$\vec{p} = -\gamma m_0 \frac{d\vec{r}}{|dt|} \quad . \tag{3.2}$$

Quant aux points 3 et 4, ils constituent plutôt l'énoncé du principe de réinterprétation. Suite au point 2, il est naturel d'interpréter les particules comme se déplaçant dans le sens positif du temps puisque, d'une manière ou d'une autre, on enregistre toujours les phénomènes dans un ordre chronologique croissant. Enfin, le point 4 ne découle pas directement de 1 et de 2. Il se justifie par le fait qu'il peut sembler plus naturel de penser que l'information se propage dans le sens des particules qui la transportent.

Si le principe de réinterprétation est valide, alors le transfert d'information entre deux points de l'espace-temps s'accomplit toujours dans le sens positif du temps. D'un autre côté, on peut certainement associer le sens spatio-temporel d'un transfert d'information avec le sens causal entre deux événements. C'est-à-dire qu'entre deux événements liés causalement, on admet qu'une certaine quantité d'information est transmise et que cette transmission est orientée de l'événement que l'on nomme cause à celui que l'on nomme effet. Le principe, tel qu'énoncé plus haut, implique donc qu'un effet est toujours postérieur à sa cause.

A ce titre, une autre conséquence émerge inévitablement: puisqu'il est toujours possible de trouver un référentiel par rapport auquel l'ordre temporel de deux événements donnés et séparés par un intervalle du genre espace est inversé, et que la cause est toujours antérieure à l'effet, nous devons donc nécessairement admettre que la dénomination même de cause et d'effet n'est pas invariante lorsque ceux-ci sont séparés par un intervalle du genre espace. En d'autres termes, si par rapport à un référentiel l'événement E_1 cause l'événement E_2 et si $(x_2 - x_1) > (t_2 - t_1)$, alors on pourra toujours trouver un autre référentiel, tel qu'en vertu du principe de réinterprétation, E_2 est la cause de E_1.

Ce résultat est certes étonnant mais selon les tenants du principe de réinterprétation, il n'y aurait pas lieu de s'en alarmer. Leur argument est essentiellement le suivant: nous exigeons de nos théories que les lois soient invariantes mais, pour ce qui est de la description des phénomènes, elle peut être différente tout dépendant du référentiel dans lequel les observations sont effectuées. L'étude de la théorie de la relativité restreinte nous donne d'ailleurs nombre d'exemples où la description d'un phénomène dépend de l'état de mouvement de l'observateur[35]. Si la dénomination causale ne relève uniquement que de la pure description des expériences alors il n'y a, à priori, aucun problème à ce qu'elle ne soit pas invariante. Dans cet ordre d'idée, Recami[8] va même jusqu'à affirmer qu'il n'existe pas de différence, en ce qui concerne le caractère absolu ou relatif, entre la dénomination causale et la dénomination des couleurs d'un objet. Cette affirmation nous semble quelque peu excessive. Le moins qu'on puisse dire, c'est que la dénomination causale possède un caractère et une incidence sur la physique, tout autres que la simple dénomination des couleurs d'un objet.

Csonka[14] a toutefois traité le problème plus substantiellement. Selon lui, pour deux événements liés causalement, il n'y a pas d'expérience de corrélation pouvant déterminer sans ambiguïté lequel est la cause de l'autre. Il affirme que la corrélation entre deux événements est une relation symétrique: si A est en corrélation avec B, alors B l'est avec A. D'après Csonka, les liens causaux sont symétriques et le choix entre la causalité retardée ou avancée est arbitraire malgré une nette préférence que l'on porte, en raison de notre façon de penser, à la causalité retardée. Par conséquent, tout observateur peut construire sa théorie ou son interprétation en étant toujours en accord avec le principe de causalité retardée, c'est-à-dire en considérant que la cause précède toujours l'effet[†]. Csonka arrive à ces conclusions en reprenant un argument de Newton[36,37] qui démontre, au contraire, que la dénomination causale peut se fonder sur l'expérience et qu'elle est invariante. Mentionnons pour l'instant - nous y reviendrons plus loin - que Maund[18] a récemment corroboré les résultats de Newton. Quoiqu'il en soit, il n'est pas du tout

---

† Notons que même si ces résultats soutiennent jusqu'à un certain point le principe de réinterprétation, Csonka[14] considère ce dernier comme insuffisant pour résoudre le paradoxe.

évident, à ce stade-ci, que la dénomination causale relève uniquement du domaine de la description.

Selon les adeptes[3-9] du principe de réinterprétation, le paradoxe de Tolman est résolu puisque l'information se propage, par rapport à tout référentiel, vers le futur et que, par conséquent, il n'est plus possible de former des boucles causales. Suite à notre discussion à la fin du chapitre II, le principe de réinterprétation suggère que des erreurs des deux premiers types ont effectivement été commises. On se rappellera à cet effet que le premier type consistait en erreurs de logique dans la formulation du paradoxe, tandis que le second concernait l'éventualité où des liens causaux constituant la boucle s'avèreraient impossibles même s'ils semblaient possibles à prime abord.

Le paradoxe de Tolman est-il vraiment résolu? La réponse est non. Nous allons démontrer que non seulement le principe de réinterprétation n'est pas justifiable dans sa totalité, mais que, même s'il l'était, il ne serait pas suffisant en soi pour résoudre le paradoxe. En effet, si l'on se réfère à la figure 2.2 schématisant la seconde version du paradoxe, on remarque que le seul facteur déterminant la décision de O_1 d'envoyer un tachyon de C à D, est l'instruction que lui a donnée O_2' au point A. Quant à O_2', il a reçu le message de O_4' d'une façon des plus régulières puisque autant O_2' que O_4' s'accordent sur le sens du transfert d'information (ils sont au repos l'un par rapport à l'autre) et ce, sans que nul n'ait besoin d'utiliser le principe de réinterprétation. Que O_1 réinterprète ou non le sens du transfert d'information entre O_4' et O_2' ne change rien à la situation puisque d'une manière ou d'une autre, O_2' transmet une et une seule instruction à O_1 au point A. Le même type de raisonnement s'applique en ce qui concerne le facteur déterminant O_4' d'envoyer ou non le second tachyon. En définitive, même en adoptant le point de vue du principe de réinterprétation, l'expérience reste globalement contradictoire. La description devient relative mais le paradoxe demeure entier.

Si le principe de réinterprétation est insuffisant pour résoudre le paradoxe - il a été formulé essentiellement pour cette raison - nous sommes en droit de nous interroger sérieusement sur sa validité. Nous avons vu d'ailleurs que ses conséquences sur la dénomination causale étaient, pour le moins, problématiques.

C'est le point 4, qui stipule que nous devons réinterpréter le sens du transfert d'information, qui cause des problèmes. D'un côté, il peut nous sembler plus naturel à priori que l'information soit toujours transportée par des particules d'énergie positive et que, par conséquent, son sens de propagation doive être réinterprétable. D'un autre côté cependant, il faut tenir compte d'une différence fondamentale entre les notions d'énergie et d'information en tant que quantités; cette différence explique le fait qu'on ne puisse réinterpréter le sens d'un transfert d'information. L'énergie est en effet une quantité additive et conservée, tandis que l'information se comptabilise d'une tout autre façon et qu'elle n'est certainement pas conservée en général. Par exemple, un émetteur envoyant un message ne perd pas nécessairement l'information transmise. On ne peut donc pas dire que recevoir une quantité négative d'information est équivalent à transmettre une quantité positive dans le sens opposé.

En fait, le sens d'un transfert d'information peut être déterminé par l'état de l'émetteur et celui du récepteur, alors que cela n'est pas possible dans le cas d'un transfert d'énergie. On peut toujours enregistrer (mémoriser) l'information contenue dans un message. On peut alors affirmer que l'information s'est propagée de l'observateur dont le contenu de la mémoire n'a pas augmenté, à celui qui, au contraire, a augmenté la sienne d'une certaine quantité d'information. Or, le contenu d'une mémoire, en tant que quantité d'information, est invariant puisqu'il peut toujours se traduire en termes d'événements physiques. Par conséquent, le sens d'un transfert d'information est invariant et ne peut donc être réinterprété.

Cette conclusion rejoint d'ailleurs celles de quelques auteurs[13,17-18,36-39]. En particulier, Benford, Book et Newcomb[13] proposent l'argument suivant contre le principe de réinterprétation. Supposons que William Shakespeare transmette la pièce Hamlet, au fur et à mesure qu'il la compose, à Francis Bacon. Comment pourrions-nous soutenir que selon un autre observateur, Bacon soit l'auteur d'Hamlet? Par ailleurs, Maund[18] a démontré récemment de façon très claire que la dénomination causale possédait un caractère absolu et que, par conséquent, le sens du transfert d'information entre deux points de l'espace-temps devait être invariant. Les conclusions de Maund à ce sujet peuvent se résumer ainsi: si deux observateurs interchangent les rôles causaux de deux événements liés causalement, alors une contradiction apparaît. Une seule des deux dénominations causales peut être retenue.

Donc, pour récapituler, le principe de réinterprétation tel qu'énoncé plus haut, a été introduit dans le but de résoudre le paradoxe de Tolman en démontrant que ce dernier résultait d'erreurs d'interprétation. Or, le principe est inexact en ce qui concerne la partie de sa formulation qui semblait nécessaire à la résolution du paradoxe. Quoiqu'il en soit, même si le principe était entièrement correct, il ne serait pas suffisant, comme nous l'avons montré, pour résoudre le paradoxe.

Il faut cependant noter que nos objections contre le principe ne s'appliquent pas aux points 1 à 3 de son énoncé. Si les tachyons sont un jour mis en évidence expérimentalement, il sera probablement plus naturel d'interpréter les phénomènes comme se déroulant selon un ordre temporel croissant, et ce, par rapport à tout référentiel. Il faudra toutefois toujours se rappeler que le sens spatio-temporel de propagation de l'information peut ne pas coïncider avec le sens apparent du mouvement des particules la transportant[†].

Notons également que le fait de rejeter le point 4 nous permet d'établir une distinction entre une particule d'énergie négative se déplaçant dans le sens négatif du temps et une particule d'énergie positive voyageant vers le futur. Aussi, il est peut-être préférable, du point de vue théorique, de ne pas utiliser le principe de réinterprétation.
A partir de maintenant donc, lorsqu'on parlera du sens spatio-temporel du mouvement des tachyons, on entendra le sens causal, c'est-à-dire le sens de propagation de l'information transportée par ces tachyons.

---

† Bilaniuk et Sudarshan l'admettent dans la référence 10.

B. L'approche des canaux passifs

Récemment, Gatlin[40] affirmait que le paradoxe de Tolman, interdisant la transmission d'information dans le passé, était inexistant et qu'il reposait sur notre façon d'interpréter le problème en faisant intervenir certaines suppositions non nécessaires. Dans le contexte qui nous intéresse, une telle assertion ne manque pas d'attirer notre attention. Nous exposons dans ce qui suit le raisonnement conduisant à ses résultats.

Référons-nous pour cela à la figure 2.1 illustrant la première version du paradoxe, et supposons que ce sont des messages qui sont échangés entre les observateurs. Succinctement, O envoie un message à O' au temps t_A, si et seulement si il n'en a pas reçu un de O' au temps $t_C < t_A$. De plus, si O' reçoit un message, il le retourne immédiatement.

La première étape de Gatlin[40] est d'exprimer l'énoncé du problème selon un formalisme mathématique:

$$T(A \rightarrow B) \Longleftrightarrow \neg T(B \rightarrow C) \tag{3.3}$$

qui s'exprime ainsi: un message est transmis du point A au point B, si et seulement si aucun message n'est transmis de B à C. La seconde étape consiste à déduire formellement la contradiction:

$$T(A \rightarrow B) \Longrightarrow T(B \rightarrow C) \Longrightarrow \neg T(A \rightarrow B) \quad , \tag{3.4}$$

$$\neg T(A \rightarrow B) \Longrightarrow \neg T(B \rightarrow C) \Longrightarrow T(A \rightarrow B) \quad , \tag{3.5}$$

d'où,

$$T(A \to B) \Longleftrightarrow \neg T(A \to B) \quad . \tag{3.6}$$

L'argument de Gatlin est de noter que la contradiction exprimée par (3.6), est déduite des lignes (3.4) et (3.5), et que celles-ci font intervenir une supposition non nécessaire. Elle est contenue dans la première partie des lignes en question, et origine de la spécification de l'expérience où l'on impose que O' réémette le message si et seulement si il en reçoit un. Si au contraire O' est capable de prendre des décisions de façon indépendante, alors on ne peut plus écrire (3.4) et (3.5), et par conséquent, la contradiction (3.6) ne peut être déduite.

En définitive, l'approche de Gatlin consiste à rendre O' indépendant, afin que l'événement émission au point B ne soit pas strictement lié à l'émission au point A. Donc, l'émission au point A n'est pas strictement la cause de la réception d'un message à C, même si la possibilité demeure qu'un message ait été effectivement transmis du point A au point C. Comme l'écrit Gatlin, O transmettra peut-être un message à O' qui possiblement décidera de le retourner, mais qu'il le fasse ou non, l'événement se produisant au point A ne sera pas strictement la cause de l'événement se produisant au point C. Il serait donc possible de transmettre des messages dans son propre passé sans qu'il n'y ait de paradoxe.

Gatlin affirme qu'il n'est pas nécessaire de supposer que O' agisse en tant que canal passif et que si nous nous abstenons de le faire, alors il n'y a pas de paradoxe. Mais, et c'est là le point crucial, que la supposition soit nécessaire ou non, cela ne change rien au problème. Dès qu'il est permis d'admettre que O' puisse agir en tant que canal passif, le paradoxe n'est pas résolu de façon générale. Or, jusqu'à preuve du contraire, absolument rien n'interdirait de faire cette supposition. Il est important de se rappeler que la théorie des tachyons exposée précédemment prédit la possibilité d'envoyer de l'information dans son propre passé. Mais cette possibilité est inadmissible puisqu'elle entraîne à son tour la conception éventuelle de boucles causales paradoxales. Même si dans certains cas particuliers la transmission d'un message dans le passé n'entraîne pas un paradoxe, la possibilité demeure et elle est suffisante pour que le paradoxe de Tolman ne soit pas résolu totalement. Dans une théorie acceptable des tachyons, il doit être impossible de concevoir des boucles causales paradoxales. Il est clair que l'approche de Gatlin ne répond pas à cet objectif. Tout au plus, elle nous propose un exemple dans lequel un observateur envoie de l'information dans son passé sans qu'une boucle causale ne soit formée. L'introduction de canaux non passifs résout peut-être le paradoxe dans ce cas particulier. Toutefois, que la procédure soit juste ou non, le problème de causalité n'est pas résolu de façon générale.

Bien que cela n'ait pas d'incidence directe sur le problème que pose le paradoxe de Tolman dans le contexte d'une théorie des tachyons, il peut être intéressant de se demander s'il n'y a vraiment pas de paradoxe dans le cas particulier où O' agit de façon complètement indépendante. Nous pouvons discuter ce point à la lumière d'un argument de Rolnick[11] antérieur aux résultats de Gatlin. A l'origine, l'argument s'appliquait à la critique du principe de réinterprétation, en tant que solution au paradoxe, dans le cas où les observateurs n'ont pas de contrôle suffisant sur leurs émetteurs pour transmettre à volonté. L'idée était qu'il existe une probabilité de paradoxe lorsqu'un émetteur envoie un tachyon avec un faible contrôle sur l'émission. De plus, en considérant un grand nombre d'émetteurs dans une boîte (on peut exercer un contrôle sur l'ouverture de la boîte), nous pouvons faire en sorte que cette probabilité augmente et s'avère une quasi-certitude.

En empruntant cet itinéraire, dans la situation qui nous intéresse, il existe une probabilité que O' retransmette le message. Ne devrait-on pas conclure que le paradoxe se manifeste avec la même probabilité? Si tel était le cas, la conclusion générale de Gatlin ne serait pas juste. Pour y répondre, il faut spécifier davantage l'expérience. Supposons que P_1 soit la probabilité que la réponse de O', s'il y a lieu, soit le message prescrit par O pour qu'il y ait paradoxe. Supposons de plus que P_2 soit la probabilité que cette réponse résulte de l'émission arbitraire (spontanée) d'un ensemble de signaux. Il y a dès lors deux possibilités: si

$$P_1 \leq P_2 \tag{3.7}$$

alors nous pouvons présumer que la décision de O' est indépendante de O et que l'argumentation de Gatlin est exacte. Si, au contraire,

$$P_1 > P_2 \tag{3.8}$$

alors nous devons admettre que la réponse de O' est plus ou moins conditionnée par le message de O. Dans ce cas, si P est la probabilité que O' envoie un message quelconque alors PP_1 devient la probabilité que le paradoxe se manifeste et

$$1 - (1 - PP_1)^N \tag{3.9}$$

devient la probabilité qu'il se manifeste après N expériences. On remarque que

$$\lim_{N\to\infty} [\ 1 - (1 - PP_1)^N\ ] = 1 \tag{3.10}$$

signifiant qu'après un grand nombre d'expériences, la probabilité qu'il y ait paradoxe devient pratiquement une certitude.

C. L'approche des signaux faibles

Une autre tentative pour résoudre le paradoxe a été effectuée, il y a quelque temps, par Schulman[41]. Son approche s'apparente à celle de Gatlin[40] en ce sens qu'elle consiste à décrire une solution causalement cohérente du problème inhérent à la possibilité de transmettre des messages dans son propre passé.

Le point de vue de Schulman[41] peut être exposé si l'on se réfère cette fois à la seconde version du paradoxe (figure 2.1). Supposons que les observateurs soient remplacés par des machines couplées avec les émetteurs-récepteurs et qu'elles soient programmées pour prendre certaines décisions en fonction des informations reçues. Par exemple, ces machines peuvent déclencher ou interrompre l'émission d'un signal lorsqu'elles en reçoivent l'ordre. Schulman souligne qu'en pratique, il faut que l'intensité d'un signal soit supérieure à une certaine valeur minimale pour que celui-ci puisse être clairement reconnu. Il remarque également qu'un interrupteur ne se déclenche pas instantanément et qu'à un instant donné, il peut être dans un état intermédiaire entre les positions ouvert et fermé. Si une des machines reçoit une instruction assez faible pour que l'interrupteur se trouve dans cette position intermédiaire alors, affirme Schulman, elle commandera l'émission d'un signal faible et ambigu. Tenant compte de cela, nous pouvons obtenir une solution cohérente. En fait, si le signal entre O_1 et O_3 est juste assez faible pour que O_3 ne donne pas à O_4' des instructions claires, il en résultera l'émission d'un signal faible par O_4'. De même, des instructions mal définies seront transmises entre O_2' et O_1 de manière qu'une boucle causale cohérente en résulte.

Dans un article subséquent, Peres et Schulman[42] observent que si un appareil ou un observateur est introduit dans la boucle en ayant pour instruction de prendre des décisions claires, même dans le cas où les signaux reçus sont pratiquement non reconnaissables, le paradoxe réapparaît sous la forme de la possibilité de prédire à l'avance une prise de décision aléatoire. Ils concluent ainsi: dans un système fermé et déterministe, il n'y a pas de contradiction tandis que dans un système ouvert, où des décisions peuvent être prises par des agents extérieurs, le paradoxe réapparaît. Les systèmes fermés peuvent être causalement cohérents parce que les conditions initiales déterminent complètement le comportement du système et que ces conditions peuvent être choisies de telle façon qu'aucune contradiction n'en résulte.

Comme dans le cas de Gatlin[40], Schulman[41] a peut-être raison en affirmant que moyennant certaines conditions, on puisse envoyer un signal dans son propre passé sans qu'il n'y ait de paradoxe. Dans l'exemple de Schulman, si les signaux sont faibles, on peut construire une boucle causale cohérente, mais rien ne nous interdit d'imaginer des situations où les signaux sont assez intenses pour éliminer toute ambiguïté. Le paradoxe de Tolman n'est donc pas résolu de façon générale.

Les remarques de Maund[18] concernant la distinction entre les conditions contingentes et les conditions ayant le statut de loi sont plus que pertinentes au sujet des approches de Gatlin et de Schulman. Une condition contingente peut être, par exemple, une condition de frontière appartenant à un ensemble de conditions compatibles avec la théorie. On peut donc choisir arbitrairement une condition particulière parmi l'ensemble des conditions contingentes sans modifier la théorie. Par contre, une condition ayant le statut de loi est partie intégrante de la théorie. Elle joue le même rôle que les autres lois à l'intérieur de la théorie et la modifier a pour conséquence de modifier également la théorie. En ce qui regarde une théorie particulière, une condition ayant le statut de loi peut être postulée, être introduite suite à l'observation, ou encore, être déduite d'autres lois. Si elle est postulée, il faut cependant s'assurer qu'elle soit en accord avec les autres lois de la théorie. Il est important de noter également que le caractère de condition contingente ou de condition ayant le statut de loi n'est pas absolu. Un énoncé donné peut, tout dépendant de la théorie considérée, avoir le statut de loi ou appartenir à un ensemble de conditions contingentes. Il ne peut cependant avoir et le statut de loi et celui de condition contingente simultanément dans une théorie donnée. Par exemple, le principe selon lequel la matière est distribuée isotropiquement et de façon homogène dans l'univers, quel que soit l'emplacement de l'observateur, représente une condition de frontière contingente dans les théories cosmologiques généralement considérées comme probables. Il pourrait toutefois y avoir des théories à l'intérieur desquelles ce principe ait le statut de loi.

Maund[18] souligne que le paradoxe de Tolman est conséquent à un ensemble de théories (dont la relativité) et à un ensemble de conditions contingentes. Il ne suffit donc pas pour résoudre le paradoxe de démontrer qu'en choisissant certaines conditions contingentes plutôt que d'autres, il n'y a plus de paradoxe. Il faut plutôt démontrer que toute condition nécessaire à la manifestation du paradoxe est exclue de la formulation, sur les bases de lois physiques ou de conditions ayant le statut de loi. Or, dans les approches de Gatlin et de Schulman, les conditions proposées sont clairement contingentes et ne solutionnent pas le paradoxe de Tolman de façon générale.

CHAPITRE IV

THEORIES INTERDISANT LA MANIFESTATION DU PARADOXE DE TOLMAN

Au chapitre II, nous avons vu qu'une avenue possible en vue de résoudre le paradoxe de Tolman, consistait à le contester. Il suffisait alors de démontrer que la formulation du paradoxe était erronée et qu'à la suite d'une interprétation plus juste des processus fondamentaux, le problème disparaissait. Toutefois, comme nous venons de le voir, les tentatives entreprises dans cette voie se sont soldées par un échec. La possibilité de concevoir des boucles causales paradoxales semble donc inévitable dans le cadre de la théorie des tachyons fondée sur l'approche de Bilaniuk, Deshpande et Sudarshan.

Il nous reste cependant une autre voie à explorer. Il est en effet possible de développer des théories interdisant la possibilité de boucles causales et, par conséquent, interdisant la manifestation du paradoxe. Dans les pages qui suivent, nous discuterons trois de ces théories (les principales), en rapport avec le paradoxe et les théories régissant les bradyons.

A. Contrainte sur l'absorption des tachyons

L'idée que nous allons exposer ici a été développée par Recami *et al.*[27,43-46] dans une série d'articles parus durant les années 70. Les auteurs, se basant sur les lois de conservation de la dynamique, démontraient l'existence d'une contrainte telle, sur l'absorption des tachyons, qu'il s'avère impossible de construire des boucles causales. Toutefois, tout en admettant la contrainte, Basano[47-50] contesta à plusieurs reprises son efficacité pour résoudre le paradoxe.

Nous démontrerons qu'une telle contrainte, fondée ou non, ne résout pas le paradoxe. Pour cela, nous prouverons un argument avancé par Basano[48]. Nous montrerons en dernier lieu que la contrainte n'est effectivement pas fondée[†]. La contrainte en question se formule ainsi: un tachyon d'énergie E émis par un appareil X ne peut être absorbé par un autre appareil Y si

$$UV > 1 \tag{4.1}$$

où U et V sont les vitesses respectives du tachyon et de Y par rapport à X.

Notons que l'expression (4.1) est précisément la condition nécessaire et suffisante pour qu'il y ait inversion de l'ordre temporel entre deux observateurs respectivement fixés à X et à Y. La contrainte interdit donc l'échange de tachyons entre deux observateurs ne s'accordant pas sur le

---

† Recami[51,52] admit qu'il y avait erreur dans le raisonnement conduisant à la contrainte.

sens de propagation ou le signe de l'énergie des particules. Or, c'est précisément le cas pour les observateurs O et O' de la première version du paradoxe exposée au chapitre II. Si l'on se réfère à la figure 2.1, il faut que le tachyon T_1, émis par O, se déplace à une vitesse telle que O et O' ne s'accordent pas sur son sens spatio-temporel de propagation, pour que O' puisse envoyer un tachyon d'énergie positive au point C. Pour construire une boucle causale, il faut que les tachyons puissent se propager vers le passé par rapport à certains observateurs. Or, on suppose d'habitude que les tachyons se déplacent vers le futur dans le référentiel de leur émetteur. La contrainte semble donc interdire la possibilité de construire des boucles causales.

Toutefois, si l'on se réfère à une formulation différente du paradoxe, celle de la figure 2.2 par exemple, on note la possibilité de construire une boucle causale dans laquelle les observateurs, qui s'échangent des tachyons, sont relativement au repos. La contrainte sur l'absorption est donc inopérante dans ce cas-ci. Par ailleurs, même en ne considérant que des exemples où les observateurs, qui s'échangent des tachyons, sont en mouvement relatif, on peut démontrer que la contrainte n'est pas toujours efficace.

Considérons, par exemple, trois observateurs O, O' et O'' respectivement au repos dans les référentiels K, K' et K'' ayant une origine commune A et dont les vitesses relatives sont inférieures à celle de la lumière. Au point A, O envoie un tachyon T_1 à O' avec une vitesse telle que

$$U_{T1}V_{O'} < 1 \qquad (4.2)$$

où U_{T1} et $V_{0'}$ représentent les vitesses de T_1 et de 0' par rapport à K. L'observateur 0' reçoit T_1 au point B et, après un délai, il envoie un autre tachyon T_2, du point C, vers 0'' avec une vitesse telle que

$$U'_{T2}V'_{0''} < 1 \tag{4.3}$$

où U'_{T2} et $V'_{0''}$ sont mesurés par rapport à K'. L'observateur 0'' reçoit finalement T_2 au point D (voir figure 4.1). Notons que les inégalités (4.2) et (4.3) impliquent que les observateurs 0 et 0' s'accordent sur le sens de propagation de T_1, de même que 0' et 0'' sur celui de T_2.

Si les tachyons T_1 et T_2 transportent de l'information alors la vitesse effective du signal échangé entre 0 et 0'' est donnée par

$$U_S = \frac{x_D - x_A}{t_D - t_A} = \frac{x_D}{t_D} \quad . \tag{4.4}$$

Si, considérant les inégalités (4.2) et (4.3), on peut avoir

$$U_S V_{0''} > 1 \tag{4.5}$$

alors il sera possible pour 0'' de retourner l'information à 0, selon le même processus, afin que ce dernier la reçoive avant d'envoyer T_1. Si cela pouvait se produire, une boucle causale serait établie et la contrainte sur l'absorption serait insuffisante pour résoudre le paradoxe.

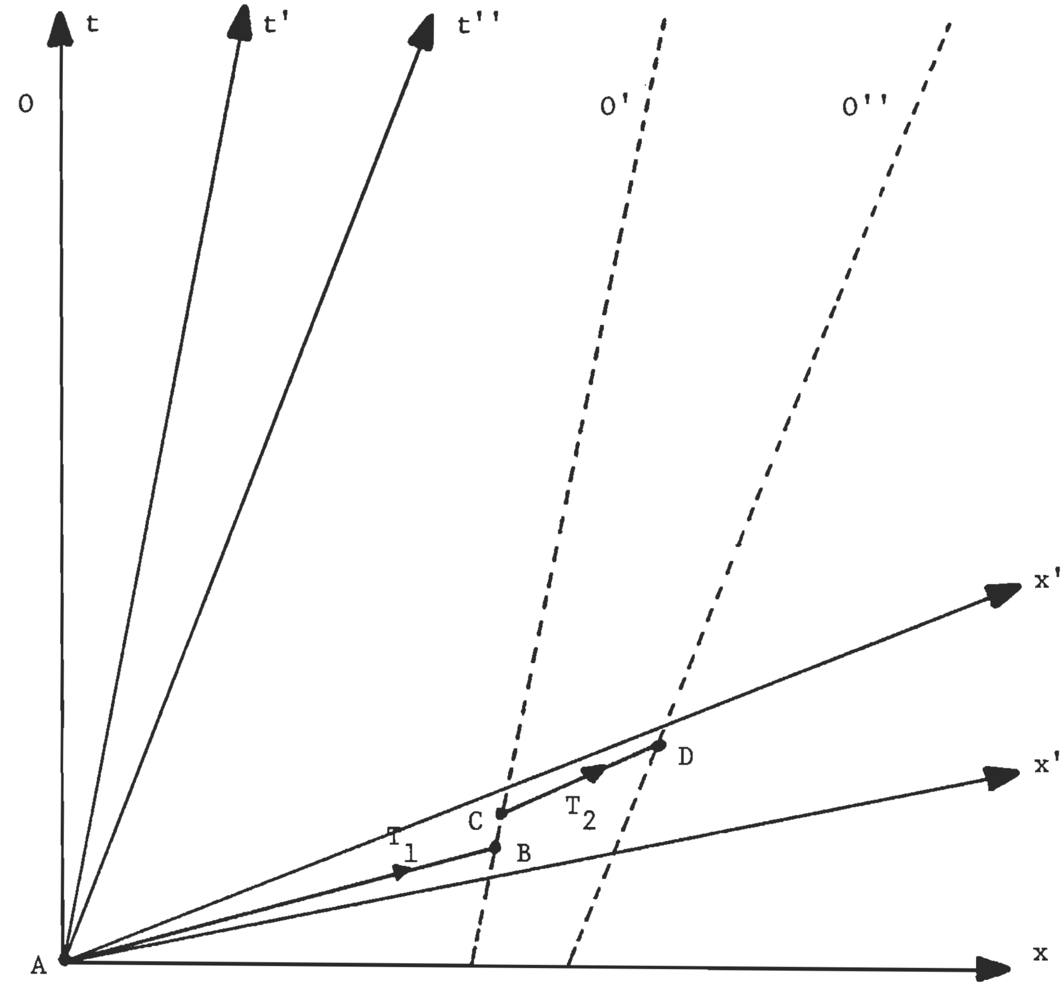

Figure 4.1 Diagramme de Minkowski illustrant la réfutation de la contrainte sur l'absorption des tachyons.

La figure 4.1 nous montre que l'inégalité (4.5) est effectivement vérifiée. Démontrons-la en supposant que le délai entre la réception de T_1 et l'émission de T_2 est pratiquement nul, c'est-à-dire en supposant que $t_D = t_C$ et que $x_C = x_B$. Cela nous permet d'écrire

$$U_{T1} = \frac{x_B}{t_B} \quad \text{et} \quad U_{T2} = \frac{x_D - x_B}{t_D - t_B} \tag{4.6}$$

ainsi que

$$U_S = \frac{x_D}{t_D} = U_{T2}\left(1 - \frac{t_B}{t_D}\right) + U_{T1}\frac{t_B}{t_D} \quad . \tag{4.7}$$

Choisissons arbitrairement

$$t_D = \frac{3}{2}\, t_B \tag{4.8}$$

impliquant que

$$U_S = \frac{1}{3}\, U_{T2} + \frac{2}{3}\, U_{T1} \quad . \tag{4.9}$$

Par ailleurs, de la loi d'addition des vitesses, on a

$$U_{T2} = \frac{U'_{T2} + V_{O'}}{1 + U'_{T2}V_{O'}} \tag{4.10}$$

et

$$V_{0''} = \frac{V'_{0''} + V_{0'}}{1 + V'_{0''}V_{0'}} \tag{4.11}$$

nous permettant d'écrire

$$U_S V_{0''} = \frac{2}{3} U_{T1} \left(\frac{V'_{0''} + V_{0'}}{1 + V'_{0''}V_{0'}} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{U'_{T2} + V_{0'}}{1 + U'_{T2}V_{0'}} \right) \left(\frac{V'_{0''} + V_{0'}}{1 + V'_{0''}V_{0'}} \right) \quad . \tag{4.12}$$

Il nous reste maintenant à démontrer que les expressions (4.2), (4.3) et (4.5) peuvent être compatibles. Supposons que

$$V'_{0''} = V_{0'} = V \quad . \tag{4.13}$$

De plus, supposons que

$$U'_{T2} = \left(\frac{1 + V^2}{2V} \right) - V = \frac{1 - V^2}{2V} \tag{4.14}$$

et que

$$U_{T1} = \frac{2\ (1 + V^2)}{3V} \tag{4.15}$$

de façon à avoir

$$1 < U'_{T2} < \frac{1}{V'_{O''}} \quad , \quad \forall\ V \in \left]0,0.4\right] \tag{4.16}$$

ainsi que

$$1 < U_{T1} < \frac{1}{V_{O'}} \quad , \quad \forall\ V \in \left]0,0.4\right] \quad . \tag{4.17}$$

Les inégalités (4.16) et (4.17) impliquent la validité de (4.2) et (4.3) lorsque $V \in \left]0,0.4\right]$. Tenant compte des expressions (4.13), (4.14) et (4.15), on obtient de (4.12)

$$U_S V_{O''} = \frac{8}{9} + \frac{2}{3(3 - V^2)} > 1 \quad , \quad \forall\ V \in \left]0,0.4\right] \tag{4.18}$$

et la preuve est achevée. La contrainte sur l'absorption des tachyons ne résout donc pas le paradoxe; même lorsque les récepteurs se déplacent par rapport aux émetteurs.

Pour Recami *et al.*[27,43-46], la contrainte sur l'absorption des tachyons semblait être, à l'origine, conséquente aux lois de conservation de la dynamique. En fait, on peut démontrer que la contrainte était plutôt implicitement admise dans une hypothèse servant de point de départ à leur dérivation.

Pour cela, considérons un émetteur E ainsi qu'un récepteur R, animé d'une vitesse $V_R < 1$ par rapport à E. A un instant donné, l'émetteur envoie un tachyon se déplaçant vers R à la vitesse U. Pour démontrer que le récepteur ne peut absorber le tachyon si $UV_R > 1$, Recami *et al.* posent l'hypothèse que sa masse propre ne peut qu'augmenter ou demeurer inchangée s'il l'absorbe. Or, si $UV_R > 1$ alors l'énergie du tachyon est négative par rapport à R. Affirmer que ce dernier ne peut diminuer sa masse propre revient donc à dire qu'il ne peut absorber d'énergie négative. En effet, R étant au repos dans son référentiel et l'énergie cinétique négative étant inconcevable, toute quantité négative d'énergie qu'il pourrait absorber contribuerait à modifier sa masse propre en la diminuant. Donc, si la masse propre de R ne peut diminuer alors il ne peut absorber un tachyon dont la vitesse vérifierait $UV_R > 1$. L'inverse étant également vrai, l'hypothèse de Recami *et al.* est équivalente à la contrainte.

B. Référentiel privilégié: temps absolu

Nous avons vu que la contrainte sur l'absorption des tachyons était injustifiable tant à priori qu'à posteriori. Il est toutefois possible, en s'en inspirant, de formuler une contrainte sur l'émission des tachyons nous permettant d'introduire une classe de modèles causalement cohérents.

Supposons qu'un émetteur, au repos par rapport au référentiel K', se déplace avec la vitesse $\vec{V}$ par rapport à un certain référentiel K alors qu'il envoie un tachyon se propageant à la vitesse $\vec{U}'_T$. Entre deux points voisins sur la ligne d'univers du tachyon, nous avons

$$\frac{dt'}{dt} = \gamma(1 - \vec{V} \cdot \vec{U}_T) \qquad (4.19)$$

où $\vec{U}_T$ est la vitesse du tachyon par rapport à K. Posons alors les hypothèses suivantes:

1. Aucun tachyon ne peut être envoyé par un émetteur si (Hyp.4.1)

   $$\vec{U}_T \cdot \vec{V} > 1$$

   où $\vec{U}_T$ et $\vec{V}$ sont les vitesses respectives du tachyon et de l'émetteur par rapport à un certain référentiel K.

2. Par rapport au référentiel dans lequel il est au repos, un émetteur n'émet que des tachyons d'énergie positive. (Hyp.4.2)

Notons que la seconde hypothèse peut s'écrire, d'une façon équivalente, comme suit: dans le référentiel de l'émetteur, tout tachyon émis ne se déplace que dans le sens positif du temps.

L'hypothèse (Hyp.4.2) implique que dans l'équation (4.19), dt' est toujours positif. De plus, considérant la première hypothèse, nous pouvons affirmer que pour tout observateur au repos dans K, tous les tachyons se propagent dans le sens positif du temps. Il est alors impossible, pour un observateur au repos dans K, d'utiliser des tachyons pour envoyer de l'information dans son propre passé, c'est-à-dire dans la région "passé" de son cône de lumière. De façon équivalente, il est impossible de construire une boucle causale dans K. Mais, puisque le cône de lumière sépare le présent, le passé et le futur de façon invariante, s'il est impossible d'établir une boucle causale dans K alors cela est impossible dans tout autre référentiel. Le paradoxe de Tolman ne peut donc plus se manifester[†].

Regardons maintenant de plus près le contenu des deux hypothèses (Hyp.4.1) et (Hyp.4.2). La seconde hypothèse est passablement naturelle puisqu'elle stipule que les tachyons, comme les luxons et les bradyons, se propagent dans le sens positif du temps par rapport au référentiel de l'émetteur. Cette assertion est d'ailleurs généralement admise de façon implicite. Quant à la première hypothèse, telle qu'exprimée, elle constitue une contrainte sur l'émission des tachyons. Toutefois, son contenu prend plutôt la forme d'une condition de frontière, si elle est exprimée ainsi: il existe un certain référentiel K par rapport auquel l'énergie de tout tachyon est toujours positive.

A la fin du chapitre précédent, nous avons vu qu'une telle condition devait revêtir le statut de loi pour résoudre le paradoxe. Bien sûr,

---

† L'idée de résoudre le paradoxe de Tolman en contraignant l'émission des tachyons, a déjà été proposée par Walstad[53]. Notons que l'hypothèse 4.2 avait été proposée dans la référence 22.

à défaut de données expérimentales ou de mécanismes justifiant la contrainte, nous sommes en droit de la postuler. Il faut cependant être circonspect car son statut de loi lui confère une position importante à l'intérieur du modèle et des théories auxiliaires. Il doit évidemment y avoir cohérence entre la contrainte en tant que loi et l'ensemble de toutes les lois et principes utilisés.

A cet effet, un examen de la première hypothèse révèle que la contrainte n'est pas invariante sous les transformations de Lorentz. Pour le prouver, supposons qu'un tachyon soit émis avec la vitesse U satisfaisant, en accord avec la contrainte, l'inégalité

$$UV < 1 \qquad (4.20)$$

où U et V sont les vitesses respectives du tachyon et de l'émetteur par rapport à K. Nous supposons que les vitesses U et V sont parallèles à l'axe x de K. Considérons alors un second référentiel K' se déplaçant, par rapport à K, avec la vitesse W dirigée dans le sens positif de l'axe x de K. Par rapport à K', le produit des vitesses du tachyon et de l'émetteur est donné par

$$U'V' = \left(\frac{U - W}{1 - UW}\right) \left(\frac{V - W}{1 - VW}\right) = \left(\frac{UV - UW - VW + W^2}{1 - VW - UW + UVW^2}\right) \quad . \qquad (4.21)$$

Choisissons arbitrairement les vitesses U, W et V comme les fonctions suivantes du paramètre δ $(0 < \delta < 1)$:

$$\begin{cases} V = -\delta \\ U = \dfrac{5}{\delta} \\ W = \dfrac{\delta}{2} \end{cases} \tag{4.22}$$

En substituant ces expressions dans l'équation (4.21), nous obtenons

$$U'V' = \frac{10 + \delta^2}{6 + 7\delta^2} \quad . \tag{4.23}$$

Si nous choisissons

$$0 < \delta^2 < 0.5 \tag{4.24}$$

nous avons

$$\begin{cases} 10 < 10 + \delta^2 < 10.5 \\ 6 < 6 + 7\delta^2 < 9.5 \end{cases} \tag{4.25}$$

et enfin

$$U'V' > 1 \tag{4.26}$$

Donc, même si la contrainte est réalisée par rapport à un référentiel, elle ne l'est pas nécessairement par rapport à un autre.

Puisque la contrainte possède un statut de loi et qu'elle n'est pas invariante, nous devons conclure que le principe de relativité est violé et que le référentiel K est un référentiel privilégié.

Certains auteurs[24-26,28], pour éviter le paradoxe de Tolman, ont déjà retenu l'idée d'un tel référentiel privilégié par rapport auquel aucun effet ne peut précéder sa cause[†]. Ils postulent son existence en notant qu'il pourrait être assimilé au référentiel déjà connu par rapport auquel le fond de rayonnement cosmique est isotrope. Sigal et Shamaly[24] furent les premiers à envisager sérieusement cette possibilité[††]. Dans leur étude, ils ne précisent toutefois pas le mécanisme par lequel les tachyons ne pourraient être émis avec des énergies négatives par rapport au référentiel privilégié. Ils proposent uniquement que certaines conditions de frontière, à l'échelle cosmologique, en soient responsables. A cet effet, ils signalent qu'à l'intérieur de modèles cosmologiques considérés comme plausibles, les conditions de frontière impliquent l'existence de classes d'observateurs privilégiés. Pourquoi n'y aurait-il pas alors une classe de référentiels privilégiés par rapport auxquels les tachyons ne se déplaceraient que dans le sens positif du temps?

---

† Pour une critique de cette approche, voir la référence 53.

†† Peres[54] a déjà considéré la possibilité d'introduire un référentiel privilégié pour résoudre le paradoxe de Tolman, mais son approche était différente et beaucoup plus restreignante. Il supposait que seuls les émetteurs au repos par rapport au référentiel privilégié pouvaient envoyer des tachyons.

Dans le reste de leur étude, Sigal et Shamaly[24] prétendent fournir des exemples de modèles théoriques prédisant de tels comportements pour les tachyons. Ils considèrent en particulier l'équation de Proca décrivant le mouvement des particules massives de spin unitaire. Dans le cas où l'espace est courbe, ils en suggèrent la généralisation suivante:

$$\nabla^{\rho}\nabla_{\rho}A_{\mu} - \nabla_{\mu}\left(\frac{1-g}{m^2}\nabla_{\rho}(R^{\rho\sigma}A_{\sigma})\right) + m^2A_{\mu} + gR_{\mu}{}^{\rho}A_{\rho} = 0 \qquad (4.27)$$

d'où ils déduisent l'équation donnant la normale à la surface caractéristique:

$$\eta_{\alpha}\eta^{\alpha} - \left(\frac{1-g}{m^2}\right) R_{\rho\alpha}\eta^{\rho}\eta^{\alpha} = 0 \quad . \qquad (4.28)$$

Dans les équations (4.27) et (4.28), ∇^{ρ} est la dérivée covariante; m représente la masse de la particule; A_{μ}, le champ; $R_{\rho\sigma}$ est le tenseur de Ricci; g est la constante de couplage entre le champ A_{μ} et le champ de gravitation; et enfin, η^{μ} représente la normale à la surface caractéristique. La résolution de l'équation (4.28) nous informe sur le type de propagation des particules, puisque celle-ci s'effectue selon les surfaces caractéristiques.

Le tenseur $R_{\rho\sigma}$ est déterminé par la métrique et, Sigal et Shamaly choisissent celle de Robertson - Walker. Ils trouvent alors que dans le cadre de certains modèles (en particulier: le modèle statique et le modèle de Friedmann avec constante cosmologique nulle), l'équation (4.28) admet parfois des solutions du genre temps, pour η^{μ}, signifiant ainsi des propagations plus rapides que la lumière.

Toutefois, Sigal et Shamaly ne démontrent pas comment les conditions de frontière interdisent des propagations dans le sens négatif du temps, selon les surfaces caractéristiques.

Subséquemment, Everett[25,26] reconsidérait l'idée d'un référentiel privilégié pour obtenir une théorie causalement cohérente des tachyons. Son approche peut se résumer ainsi: si nous abandonnons, dès le départ, le principe de relativité, nous avons alors la liberté de postuler l'existence d'un référentiel privilégié K par rapport auquel une cause précède toujours l'effet correspondant. De cette façon, les boucles causales ne sont pas permises dans le référentiel K et, la dénomination causale étant absolue, elles ne le sont dans aucun autre. Dans cette approche, le principe de relativité étant abandonné, nous pouvons attribuer le statut de loi à la condition impliquant l'existence de K et ainsi, le paradoxe est résolu en toute généralité.

Il faut voir cependant si, compte tenu de nos connaissances actuelles, l'approche est réaliste; le principe de relativité est vérifié expérimentalement avec une faible marge d'incertitude. Supposons avec Everett que K soit assimilé au référentiel par rapport auquel le fond de rayonnement cosmique est isotrope et supposons que les lois de la physique dans K soient celles que nous connaissons. Cette dernière supposition est raisonnable puisque la terre ne se déplace que très lentement par rapport à ce référentiel. Il est alors possible (Everett en donne un exemple) de construire un système d'équations de transformation tel que pour tout référentiel dont la vitesse par rapport à K est inférieure à $1 - \delta$, les lois soient pratiquement les mêmes. C'est-à-dire que pour des vitesses relatives inférieures à $1 - \delta$, les coordonnées d'un référentiel K' sont reliées à celles de K par une transformation de Lorentz. Everett démontre alors la possibilité de choisir δ assez grand pour permettre l'introduction d'un référentiel privilégié et, en même temps, assez petit pour que nos données expérimentales actuelles ne soient pas suffisamment précises pour révéler le manque de symétrie.

En plus d'être causalement cohérent et d'être compatible avec les données expérimentales actuelles, le modèle d'Everett présente d'autres aspects intéressants. Le principe de relativité étant abandonné, la vitesse de la lumière ne constitue plus une limite et il devient possible, en principe, d'accélérer une particule de masse propre réelle et positive, un bradyon, jusqu'à une vitesse supérieure à celle de la lumière. On peut tout aussi bien considérer les tachyons comme étant créés avec des vitesses supraluminales, mais il n'est plus nécessaire de leur adjoindre une masse propre imaginaire. Par ailleurs, le modèle nous laisse la liberté de définir l'énergie d'une particule de façon qu'elle soit toujours positive, tout en prenant la forme connue lorsque la vitesse de la particule est inférieure à $1 - \delta$ par rapport à K.

Toutefois, le modèle ne présente pas que des avantages. L'incertitude quant à nos données expérimentales, tout en permettant d'introduire un tel modèle, empêche la construction d'un système de transformation unique entre les coordonnées d'un référentiel non privilégié et celles de K. Pour la même raison, il ne nous est pas permis d'obtenir une expression unique pour l'énergie des tachyons. En conséquence de quoi, le pouvoir de prédiction du modèle demeure faible.

En identifiant K à un référentiel de nature cosmologique, nous sommes dans l'obligation de confronter le modèle aux résultats de la théorie de la relativité générale. A cet effet, nous disposons d'une étude de Narlikar et Sudarshan[55]. En considérant le référentiel privilégié dans lequel la distribution des galaxies est homogène et isotrope dans l'espace de Robertson - Walker, ils démontrent qu'un tachyon se déplaçant selon une géodésique, dans le sens positif du temps, voit sa quantité de mouvement décroître continuellement jusqu'à atteindre la valeur minimale

$$p = m \tag{4.29}$$

où m est la masse du tachyon. Le tachyon commence alors à se déplacer dans le sens inverse du temps.

Si nous identifions K au référentiel privilégié de Robertson - Walker, nous devons donc conclure que les tachyons ne suivent pas les géodésiques du champ de gravitation. De plus, puisque les conditions de frontière responsables de l'existence de K ont le statut de loi, il nous est nécessaire d'abandonner ou de modifier le principe d'équivalence (comme cela a été le cas pour le principe de relativité) en ce qui concerne les tachyons. En fait, la présence d'une force agissant à longue portée est nécessaire pour dévier les tachyons des géodésiques et cette force ne doit agir que sur les tachyons. Toutefois, les tachyons interagissant présumément avec les bradyons, la force en question agit sur ces derniers via l'interaction et si le couplage est suffisamment fort alors le principe d'équivalence est violé, même en ce qui concerne les bradyons. Finalement, cette force devrait être directement reliée au supposé mécanisme responsable de l'existence du référentiel K par rapport auquel le sens causal de propagation des tachyons est toujours orienté vers le futur. Si certaines conditions de frontière ayant le statut de loi tiennent lieu de mécanisme, elles doivent impliquer la force en question.

C. Le corridor des tachyons

Nous avons vu qu'une boucle causale était établie lorsqu'une certaine quantité d'information était transférée d'un point (x,t_1) de l'espace-temps, à un autre (x,t_0) alors que $t_0 < t_1$. A partir de cette définition, il est clair que l'information doit nécessairement pouvoir se propager dans toutes les directions de l'espace et dans les deux sens du temps. La dernière section a été consacrée à une approche consistant à rendre les boucles causales inconcevables en restreignant le mouvement temporel des tachyons. Dans cette section, nous allons discuter un autre modèle qui consiste, lui, à restreindre le mouvement spatial des tachyons. Cette approche, due à Antippa et Everett[19-23], se situe chronologiquement bien avant les autres modèles exposés dans ce chapitre. Nous avons préféré la traiter en dernier lieu parce que, d'une part, elle est différente dans sa caractérisation des tachyons et, d'autre part, parce qu'elle donne lieu à une théorie beaucoup plus élaborée.

Le modèle du corridor des tachyons est différent des autres (exception faite du modèle d'Everett) en ce qu'il introduit une classe de référentiels supraluminaux. Au lieu de postuler l'existence d'une classe de particules plus rapides que la lumière, on postule l'existence d'une classe de référentiels supraluminaux. Les tachyons sont des bradyons par rapport à ces référentiels et il n'est plus nécessaire de leur adjoindre des masses propres imaginaires.

L'approche repose sur la possibilité de construire un système d'équations de transformation entre les coordonnées de référentiels ayant des vitesses relatives inférieures ou supérieures à celle de la lumière. Bien sûr, dans le cas où les vitesses relatives sont inférieures à l'unité, les transformations sont identiques à celles de Lorentz. Parker[56], en ne considérant que deux dimensions d'espace-temps, fut le premier à dériver un tel système d'équations. Partant de ces transformations:

$$\begin{array}{c|c} \underline{|V| < 1} & \underline{|V| > 1} \\ x = \gamma(x' + Vt') & x = \gamma\mu(x' + Vt') \\ t = \gamma(t' + Vx') & t = \gamma\mu(t' + Vx') \end{array} \qquad (4.30)$$

$$\gamma = (|1 - V^2|)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\mu = \frac{V}{|V|} = \pm 1$$

reliant les coordonnées de K et de K' (K' se déplaçant avec la vitesse V par rapport à K), on peut démontrer certaines propriétés importantes. Par exemple, supposons que $\{K_i\}$ soit l'ensemble de tous les référentiels dont la vitesse par rapport à K est inférieure à l'unité. Supposons de plus qu'un référentiel K' se déplace plus vite que la lumière par rapport à K. Si nous désignons par $\{K'_j\}$ l'ensemble de tous les référentiels dont la vitesse par rapport à K' est subluminale alors on peut montrer que

$$\begin{cases} |V^i_j| > 1 \quad , \quad \forall\, K'_j, K_i \in \{K'_j\}, \{K_i\} \\ |V^i_j| < 1 \quad , \quad \forall\, K_j, K_i \in \{K_i\} \\ |V^i_j| < 1 \quad , \quad \forall\, K'_j, K'_j \in \{K'_j\} \end{cases} \tag{4.31}$$

où V^i_j représente la vitesse du référentiel indicé j par rapport au référentiel indicé i. Ces propriétés nous permettent de définir un tachyon comme étant un bradyon dans un référentiel supraluminal, tout en ayant l'assurance que la dénomination tachyon-bradyon soit invariante sous les transformations de Lorentz. Il n'est donc plus nécessaire, comme nous l'avons déjà mentionné, d'adjoindre une masse propre imaginaire au tachyon. De plus, toute la physique des tachyons s'obtient avec l'aide des transformations supraluminales entre le référentiel par rapport auquel la particule est un bradyon (on suppose qu'elle s'y comporte selon les lois connues) et le référentiel par rapport auquel on veut étudier le tachyon.

Le point crucial, dans le contexte qui nous intéresse, tient au fait qu'en postulant un sens spatial unique pour le mouvement des tachyons, au même sens que les bradyons se déplacent dans un sens temporel unique, Antippa[19] déduisit les mêmes équations de transformation. Il démontra, de plus, qu'à la condition que les bradyons se propagent dans un sens temporel unique, le système d'équations (4.30) impliquait à son tour un sens spatial unique pour les tachyons. Pour en effectuer la preuve, considérons un tachyon se déplaçant avec une vitesse constante par rapport à un référentiel quelconque K. Il existe toujours un référentiel K', animé d'une vitesse $|V| > 1$ par rapport à K, dans lequel la particule est au repos, c'est-à-dire

$$\Delta x' = 0 \tag{4.32}$$

impliquant, d'après (4.30), que

$$\Delta x = \gamma\mu V \Delta t' \quad . \tag{4.33}$$

Or, si les bradyons se déplacent toujours dans le sens positif du temps, on a

$$\Delta t' > 0 \tag{4.34}$$

d'où, on obtient nécessairement

$$\Delta x > 0 \tag{4.35}$$

signifiant que les tachyons sont contraints à ne se déplacer que dans le sens positif de l'axe spatial. D'un autre côté,

$$\Delta t = \gamma\mu\Delta t' \tag{4.36}$$

et les tachyons peuvent, par contre, se déplacer dans les deux sens du temps.

De ces résultats, on peut montrer que les boucles causales ne sont pas possibles dans le cadre du modèle bidimensionnel[20]. Mais, la généralisation du modèle pour un espace-temps à quatre dimensions n'est toutefois pas évidente. Le problème provient essentiellement du fait que le nombre de dimensions spatiales est différent du nombre de dimensions temporelles. Pour généraliser la théorie, Antippa et Everett[22,23] proposent la procédure suivante. Supposons que pour une certaine direction spatiale privilégiée (le corridor des tachyons), il existe une classe de référentiels privilégiés du fait de leurs vitesses relatives toutes orientées selon cette direction. Considérant les résultats de la théorie bidimensionnelle, on peut alors relier les coordonnées respectives de deux référentiels privilégiés parallèles K et K' par le système d'équations suivant:

$$\begin{array}{ll} \underline{|V| < 1} & \underline{|V| > 1} \\ x = \gamma(x' + Vt') & x = \gamma\mu(x' + Vt') \\ y = y' & y = y' \\ z = z' & z = z' \\ t = \gamma(t' + Vx') & t = \gamma\mu(t' + Vx') \end{array} \tag{4.37}$$

où V est la vitesse de K' par rapport à K et l'axe x est orienté selon le corridor. En plus des référentiels privilégiés, il y a l'ensemble de tous les référentiels non privilégiés. Ceux-ci se distinguent des autres par la composante non nulle de leur vitesse (par rapport à un référentiel privilégié), dans une direction perpendiculaire au corridor. Cette composante de la vitesse est cependant toujours inférieure à l'unité. Donc, pout tout référentiel non privilégié, il existe un référentiel privilégié dont les coordonnées sont reliées à celles du premier par une simple transformation de Lorentz dans la direction perpendiculaire au corridor. On peut alors obtenir les coordonnées d'un référentiel non privilégié arbitraire de celles d'un autre, via une série de transformations.

Un grand nombre de résultats s'obtiennent de la théorie du corridor des tachyons, mais le plus important, en ce qui concerne notre sujet, est l'impossibilité que le paradoxe de Tolman se manifeste. A cet effet, prouvons en premier lieu qu'il est impossible, selon un observateur privilégié, de construire une boucle causale. Procédons par l'absurde en supposant qu'une boucle causale soit réalisée et, si nous parvenons à une contradiction, la preuve sera faite.

Supposons donc que selon un observateur privilégié quelconque, un message parte d'un endroit et y revienne à un temps antérieur, soit

$$\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0 \qquad (4.38)$$

et

$$\Delta t < 0 \quad . \tag{4.39}$$

En supposant que le message soit relayé plusieurs fois, désignons par $(\Delta x)_T$ la composante x de l'intervalle entre deux relais lorsque le message est transporté par des tachyons et, par $(\Delta x)_{B-L}$ lorsqu'il est transporté par des bradyons ou des luxons. Nous pouvons alors écrire

$$\Delta x = \Sigma(\Delta x)_T + \Sigma(\Delta x)_{B-L} \tag{4.40}$$

de même que

$$\Delta t = \Sigma(\Delta t)_T + \Sigma(\Delta t)_{B-L} \quad . \tag{4.41}$$

Considérant (4.38) et (4.40), nous avons

$$\Sigma(\Delta x)_T = -\Sigma(\Delta x)_{B-L} \tag{4.42}$$

mais, comme nous l'avons montré précédemment,

$$(\Delta x)_T > 0 \tag{4.43}$$

et ainsi,

$$\Sigma(\Delta x)_{B-L} < 0 \tag{4.44}$$

Par ailleurs, en utilisant (4.39), (4.41) ainsi que l'hypothèse selon laquelle $(\Delta t)_{B-L} > 0$, nous avons

$$\Sigma(\Delta t)_T < -\Sigma(\Delta t)_{B-L} \quad . \tag{4.45}$$

Dans le cas où le message est transporté par des bradyons ou des luxons, les intervalles d'espace-temps sont du genre temps et ainsi,

$$(\Delta t)_{B-L} \geq |(\Delta x)_{B-L}| \tag{4.46}$$

ou, en utilisant (4.44),

$$-\Sigma(\Delta t)_{B-L} \leq \Sigma(\Delta x)_{B-L} \quad . \tag{4.47}$$

Substituant cette inégalité dans (4.45), nous obtenons

$$\Sigma(\Delta t)_T < \Sigma(\Delta x)_{B-L} \tag{4.48}$$

et, en vertu de (4.42), nous avons

$$\Sigma(\Delta t)_T < -\Sigma(\Delta x)_T \quad . \tag{4.49}$$

Finalement, en utilisant (4.43), nous arrivons à

$$|\Sigma(\Delta t)_T| > |\Sigma(\Delta x)_T| \tag{4.50}$$

que nous pouvons exprimer comme

$$\left(\frac{\Sigma(\Delta x)_T}{\Sigma(\Delta t)_T}\right)^2 < 1 \quad . \tag{4.51}$$

Si nous ne considérons qu'une dimension spatiale, l'inégalité (4.51) constitue une contradiction[†]. Montrons qu'en considérant trois dimensions, cela est également le cas. Appelons U_x, U_y et U_z les composantes de la vitesse d'un tachyon. Les transformations (4.37) impliquent que

$$\begin{aligned} U_x &= \frac{U'_x + V}{1 + U'_x V} \\ U_y &= \frac{U'_y}{\gamma\mu(1 + U'_x V)} \\ U_z &= \frac{U'_z}{\gamma\mu(1 + U'_x V)} \end{aligned} \tag{4.52}$$

où U'_x,U'_y et U'_z sont les composantes de la vitesse de la particule dans un référentiel où celle-ci est un bradyon. De ces expressions, on trouve

$$U_x{}^2 - (U_y{}^2 + U_z{}^2) = 1 + \frac{1 - U'^2}{\gamma^2(1 + U'_x V)^2} \tag{4.53}$$

où

$$U'^2 = U'^2_x + U'^2_y + U'^2_z < 1 \quad . \tag{4.54}$$

---

† En vertu de l'expression (4.43).

Considérant (4.53) et (4.54), on peut écrire

$$U_x{}^2 - (U_y{}^2 + U_z{}^2) > 1 \tag{4.55}$$

impliquant que

$$U_x{}^2 > 1 \tag{4.56}$$

et ainsi:

$$\left(\frac{\Sigma(\Delta x)_T}{\Sigma(\Delta t)_T}\right)^2 > 1 \quad . \tag{4.57}$$

L'inégalité (4.51) constitue donc une contradiction et la preuve qu'un observateur privilégié ne peut envoyer de l'information dans son propre passé est accomplie.

En est-il de même pour un observateur non privilégié? La réponse est oui, puisque les coordonnées de son référentiel sont reliées à celles d'un référentiel privilégié via une transformation de Lorentz. Si une boucle causale était réalisée dans le référentiel non privilégié, elle le serait dans l'autre, puisqu'il est nécessaire et suffisant pour établir une boucle causale qu'un observateur envoie un message dans la région "passé" de son cône de lumière et puisque ce cône est invariant sous les transformations de Lorentz. Or, les boucles causales ne sont pas réalisables dans un référentiel privilégié.

Le modèle du corridor est causalement cohérent mais il présente cependant quelques difficultés. Par exemple, nous sommes confrontés à choisir cette direction privilégiée qu'est le corridor, parmi toutes les directions spatiales possibles. A cet effet, le plus simple est de postuler l'existence de conditions de frontière déterminant la direction en question. Toutefois, comme nous l'avons vu, ces conditions doivent avoir le statut de loi, dans la théorie, pour que le paradoxe soit véritablement résolu. Mais,en impliquant une direction privilégiée, cette loi permet à tout observateur de mesurer sa vitesse dans la direction perpendiculaire au corridor. Ainsi, le principe de relativité est violé. A ce sujet, Marchildon, Antippa et Everett[57] ont démontré récemment qu'il n'était pas possible d'élargir le groupe de Lorentz, en lui ajoutant une seule transformation supraluminale, sans que cela conduise à des symétries contredisant l'expérience.

Dans la théorie du corridor des tachyons, la violation du principe de relativité est due au fait qu'il n'y a pas invariance sous les rotations et que, par conséquent, il n'y a pas invariance sous le groupe de Lorentz. Cela implique d'ailleurs une limite au couplage entre bradyons et tachyons, puisque l'invariance sous les rotations est vérifiée avec une grande précision dans les processus où interviennent des bradyons. Si le couplage était grand, le manque de symétrie se manifesterait également, via l'interaction, sur le comportement des bradyons.

Nous avons démontré que le sens spatial de propagation des tachyons selon le corridor était déterminé par le sens temporel de propagation des bradyons. Pour cela, nous avons supposé que les bradyons se comportaient identiquement, qu'ils soient dans un référentiel subluminal ou supraluminal. Bien que pour des raisons de symétrie, cette supposition soit naturelle, elle n'est pas nécessairement justifiée lorsqu'on considère l'unidirectionnalité temporelle. Il semble que cette unidirectionnalité relève de facteurs thermodynamiques et cosmologiques, et dépende, en quelque sorte, de la structure globale de l'univers. Or, telle qu'observée dans un référentiel supraluminal, cette structure peut paraître fort différente, même si les lois de la physique demeurent inchangées.

Suite à ces remarques, il est clair que le modèle doit être confronté à la théorie de la relativité générale. A cet effet, une seule étude a été effectuée. Marchildon[58] a démontré que si les tachyons voyageaient selon une direction privilégiée alors ils ne pouvaient suivre les géodésiques du champ de gravitation. En considérant des géodésiques du genre espace au voisinage de masses importantes, un corps noir par exemple, il a démontré que certaines géodésiques contournaient la masse pour venir se replier dans la direction incidente. Dans l'approche du corridor donc, comme dans l'approche du référentiel privilégié, le principe d'équivalence doit être modifié par l'introduction d'une force de longue portée agissant sur les tachyons pour les dévier des géodésiques du champ de gravitation.

Il est toutefois possible, comme l'a montré Marchildon[58], d'introduire une direction spatiale privilégiée dans l'espace de Robertson - Walker, bien que dans le cas d'un espace fermé, certaines discontinuités ponctuelles posent des problèmes. Or, les conditions responsables du fait que l'univers soit ouvert ou fermé sont généralement considérées comme contingentes. Si tel est le cas, on ne peut plus affirmer que le paradoxe est vraiment résolu. Toutefois, ces conditions pourraient avoir le statut de lois dans une autre théorie cosmologique et le paradoxe de Tolman pourrait être alors définitivement écarté.

CONCLUSION

Bien que la théorie de la relativité semble, à prime abord, admettre la possibilité des tachyons, un examen plus approfondi révèle qu'elle permet inévitablement la manifestation du paradoxe de Tolman, si nous acceptons la possibilité d'exercer un certain contrôle sur les processus d'émission et d'absorption des tachyons.

Toutefois, si nous acceptons que le principe de relativité soit légèrement violé dans les processus faisant intervenir des bradyons — l'incertitude sur les données expérimentales actuelles nous le permet — deux approches s'offrent à nous en vue de construire une théorie causalement cohérente des tachyons. L'une de ces approches consiste à introduire un référentiel privilégié par rapport auquel l'information transportée par les tachyons ne peut se propager que vers le futur. L'autre, l'approche du corridor des tachyons, consiste à introduire une direction spatiale privilégiée selon laquelle l'information ne se déplace que dans un sens, si elle est convoyée par des tachyons.

Les deux approches ont plusieurs points en commun. Par exemple, le paradoxe de Tolman y est résolu en restreignant le mouvement spatio-temporel des tachyons. Bien que les mécanismes responsables de ces restrictions soient, jusqu'à un certain point, non spécifiés, ceux-ci doivent éventuellement se relier à des lois ou encore à des conditions ayant le statut de loi. Cette exigence est dictée par la nécessité d'écarter le paradoxe de Tolman de façon tout à fait générale et épistémologiquement valable. Elle est, de plus, à l'origine de la violation du principe de relativité. Autre point commun aux deux approches: les restrictions sur le mouvement des tachyons impliquent que ceux-ci ne suivent pas toujours les géodésiques du champ de gravitation. Le mécanisme responsable des restrictions doit donc mettre en jeu une force de longue portée n'agissant appréciablement que sur les tachyons. Enfin, les deux approches admettent les référentiels supraluminaux et admettent ainsi des masses propres positives et réelles pour les tachyons.

D'un autre côté, l'approche du corridor des tachyons conduit à un modèle beaucoup plus complet et possède un pouvoir de prédiction plus grand, en comparaison avec les modèles fondés sur l'approche du référentiel privilégié qui laissent plus d'espace à l'arbitraire. Ces modèles sont actuellement limités dans leur développement par le manque de données expérimentales positives concernant les tachyons.

Les résultats de ce travail nous permettent donc de délimiter davantage le champ de recherche sur les tachyons en réduisant le nombre d'approches susceptibles d'être fructueuses. De plus, ils nous permettent de prédire un certain nombre de caractéristiques que possèdera la future théorie des tachyons, si ces derniers existent et interagissent raisonnablement avec les bradyons.

S'il ne reste que deux approches survivant aux problèmes de causalité, beaucoup de questions demeurent cependant sans réponses. Ces questions ont trait aux mécanismes impliquant les restrictions sur le mouvement des tachyons et la déviation des géodésiques du champ de gravitation. Elles ont trait également à un sujet que nous n'avons pas abordé dans ce travail: l'interaction entre tachyons et bradyons.

Dans l'approche du référentiel privilégié, les tachyons ne peuvent se déplacer que dans le sens positif du temps par rapport à K. On peut, comme nous l'avons fait, réduire cette restriction à une contrainte sur l'émission des tachyons. Cependant, une telle contrainte n'est pas, en dernier ressort, satisfaisante en tant que mécanisme, puisqu'elle n'explique pas la déviation des géodésiques et qu'elle n'est justifiée, de façon naturelle, par aucun fait expérimental ni par aucune nécessité théorique autre que la résolution du paradoxe. On préfère postuler l'existence de conditions de frontière ayant le statut de loi, pour tenir lieu de mécanisme. Bien sûr, il est très possible que la contrainte sur l'émission des tachyons en soit conséquente.

Dans l'approche du corridor, les tachyons ne se déplacent que dans un sens de la direction privilégiée. Ce résultat est obtenu en supposant que les bradyons ne se déplacent que dans le sens positif du temps et ce, autant dans les référentiels supraluminaux que subluminaux. Encore ici, ignorant le détail du mécanisme responsable de cette restriction, nous ne pouvons que présumer l'existence de conditions de frontière appropriées. Toutefois, cette approche étant plus complète que l'autre, nous pouvons faire un pas de plus. Si notre univers peut se décrire par le modèle de Robertson - Walker, une direction privilégiée s'introduit plus naturellement dans un espace ouvert que fermé. Ce résultat est problématique puisque les conditions de frontière déterminant un espace ouvert ou fermé sont généralement considérées comme contingentes.

Les prochaines recherches sur les tachyons devraient avoir pour cadre la théorie de la relativité générale puisque le mécanisme recherché est de nature cosmologique. Elles devraient également viser à développer une théorie quantique des tachyons suivant les lignes dégagées dans ce travail.

REFERENCES

1. A. Einstein, Ann. Physik 17, 891 (1905). Traduction anglaise dans Einstein *et al.*, *The Principle of Relativity* (Dover, New York, 1923).
2. R.C. Tolman, *The Theory of Relativity of Motion* (Univ. of California press, Berkeley, 1917), pp. 54-55.
3. O.M.P. Bilaniuk, V.K. Deshpande et E.C.G. Sudarshan, Am. J. Phys. 30, 718 (1962).
4. O.M. Bilaniuk et E.C.G. Sudarshan, Phys. Today 22, No. 5, 43 (1969).
5. G. Feinberg, Phys. Rev. 159, 1089 (1967).
6. R.G. Root et J.S. Trefil, Lett. Nuovo Cimento 3, 412 (1970).
7 J.A. Parmentola et D.D.H. Yee, Phys. Rev. D4, 1912 (1971).
8. E. Recami et R. Mignani, Riv. Nuovo Cimento 4, 209 (1974).
9. P. Caldirola et E. Recami, dans *Italian Studies in the Philosophy of Science*, M.L.D. Chiara, ed. (Reidel, 1980), pp. 249-298.
10. B. DeWitt, dans O.M. Bilaniuk *et al.*, Phys. Today 22, No. 12, 47 (1969).
11. W.B. Rolnick, Phys. Rev. 183, 1105 (1969).
12. D.J. Thouless, Nature 224, 506 (1969).
13. G.A. Benford, D.L. Book et W.A. Newcomb, Phys. Rev. D2, 263 (1970).
14. P.L. Csonka, Nuclear Phys. B21, 436 (1970).
15. F.A.E. Pirani, Phys. Rev. D1, 3224 (1970).
16. J. Strnad, Fortschritte der Physik, 18, 237 (1970).
17. W.B. Rolnick, Phys. Rev. D6, 2300 (1972).

18. J.B. Maund, Found. Phys. 9, 557 (1979).

19. A.F. Antippa, *Tachyon-Bradyon Reciprocity in a Causal Theory of Tachyons with Real Mass*, Université du Québec à Trois-Rivières preprint, (1970, non-publié).

20. A.F. Antippa et A.E. Everett, Phys. Rev. D4, 2198 (1971).

21. A.F. Antippa, Nuovo Cimento 10A, 389 (1972).

22. A.F. Antippa et A.E. Everett, Phys. Rev. D8, 2352 (1973).

23. A.F. Antippa, Phys. Rev. D11, 724 (1975).

24. R. Sigal et A. Shamaly, Phys. Rev. D10, 2358 (1974).

25. A.E. Everett, Phys. Rev. D13, 785 (1976).

26. A.E. Everett, Phys. Rev. D13, 795 (1976).

27. M. Pavsic, E. Recami et G. Ziino, Lett. Nuovo Cimento 17, 257 (1976).

28. S.C. Barrowes, Found. Phys. 7, 617 (1977).

29. L. Marchildon, *Dynamique et Electrodynamique des Tachyons*, Université du Québec à Trois-Rivières, (1973, thèse non-publiée).

30. R.D. Blandford, C.F. McKee et M.J. Rees, Nature 267, 211 (1977).

31. D.F. Bartlett, Phys. Rev. D18, 2253 (1978).

32. J. Schramil *et. al.*, Astrophys. J. 251, PL57 (1981).

33. A. Marini *et. al.*, Phys. Rev. D26, 1777 (1982).

34. D. Bohm, *Special Theory of Relativity* (W.A. Benjamin, New York, 1958), pp. 155-160.

35. E. Taylor et J. Wheeler, *Spacetime Physics* (Freeman, San Francisco, 1966).

36. R.G. Newton, Phys. Rev. 162, 1274 (1967).

37. R.G. Newton, Science 167, 1569 (1970).

38. V.S. Barashenkov, Sov. Phys. Usp. 17, 774 (1975).

39. H. Reichenbach, *The Philosophy of Space and Time* (Dover, New York, 1958), pp. 135-143.

40. L. Gatlin, Int. J. Theor. Phys. 19, 25 (1980).

41. L.S. Schulman, Am. J. Phys. 39, 481 (1971).

42. A. Peres et L.S. Schulman, Int. J. Theor. Phys. 6, 377 (1972).

43. M. Pavsic et E. Recami, Nuovo Cimento 36A, 171 (1976).

44. M. Pavsic et E. Recami, Lett. Nuovo Cimento 18, 134 (1977).

45. E. Recami, Lett. Nuovo Cimento 21, 208 (1978).

46. E. Recami et M. Pavsic, Int. J. Theor. Phys. 17, 77 (1978).

47. L. Basano, Lett. Nuovo Cimento 16, 562 (1976).

48. L. Basano, Int. J. Theor. Phys. 16, 715 (1977).

49. L. Basano, Lett. Nuovo Cimento 19, 109 (1977).

50. L. Basano, Found. Phys. 10, 937 (1980).

51. G.D. Maccarrone et E. Recami, Found. Phys. 10, 949 (1980).

52. G.D. Maccarrone et E. Recami, Nuovo Cimento 57A, 85 (1980).

53. A. Walstad, Found. Phys. 9, 371 (1979).

54. A. Peres, Progress in Math. (Allahabad) 3, 38 (1969).

55. J.V. Narlikar et E.C.G. Sudarshan, Mon. Not. R. astr. Soc. 175, 105 (1976).

56 L. Parker, Phys. Rev. 188, 2287 (1969).

57 L. Marchildon, A.F. Antippa et A.E. Everett, Phys. Rev. D27, 1740 (1983).

58 L. Marchildon, Nuovo Cimento 60B, 55 (1980).